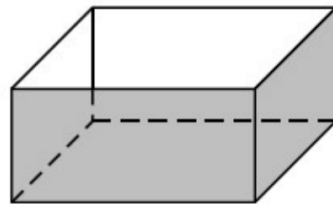
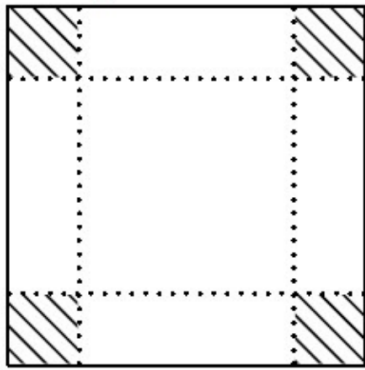


### Exercice 1.

Un chaudronnier dispose d'une plaque de tôle carrée de 120 centimètres de côté, avec laquelle il doit fabriquer une boîte de type « pavé droit », sans couvercle.

Pour cela, il découpe dans les angles, quatre carrés identiques, replie les bords puis les soude afin d'obtenir une boîte qui a la forme voulue, comme indiqué sur les figures ci-dessous.

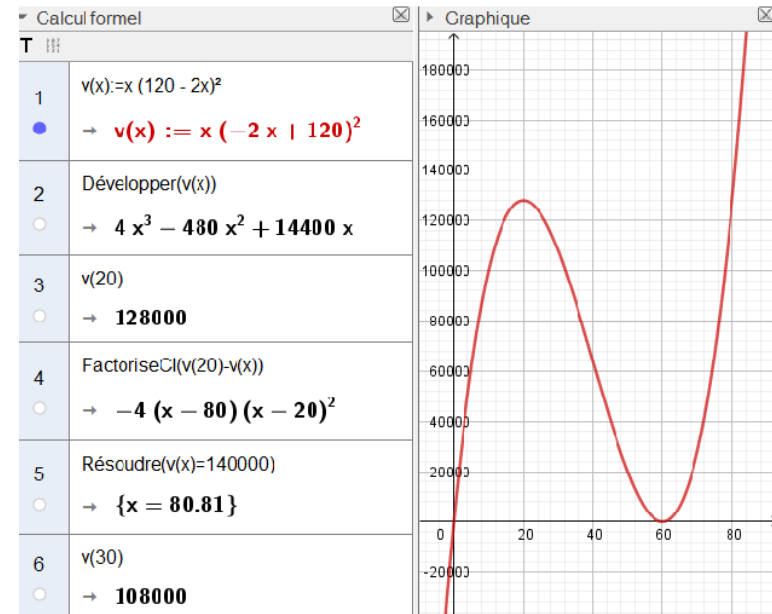


1. Dans cette question, et dans cette question seulement, on se place dans la situation où le chaudronnier découpe des carrés de côté trente centimètres.

Quelles sont alors les dimensions de la boîte fabriquée ? Quel est son volume ?

2. Quelles sont les dimensions de la boîte de volume maximal que le chaudronnier peut fabriquer ?

Une réponse argumentée et détaillée est attendue. Celle-ci prendra appui sur les éléments donnés ci-dessous ou sur des informations obtenues à l'aide de la calculatrice graphique.



```
1 def volmax():
2     cote=0
3     max=0
4     for x in range(0,61):
5         v=x*(120-2*x)**2
6         if v>max:
7             cote=x
8             max=v
9     return(cote,max)
```

### Exercice 2.

Leila s'est inscrite auprès d'un club nautique pour louer du matériel pendant un an afin de faire des sorties en rivière. L'inscription lui a coûté 22 euros et la location d'un kayak lui revient à 2,80 euros par heure.

Leila a un budget de 120 euros pour l'année. Combien d'heures peut-elle prévoir pour ses sorties ?

### Exercice 3.

Au moment de l'embauche, une entreprise propose à ses futurs employés deux types de rémunération :

**Rémunération A :** l'employé débute avec un salaire de 1 203 euros net par mois et ce salaire sera augmenté de 6 euros tous les mois.

**Rémunération B :** l'employé débute avec un salaire de 1 327 euros net par mois et ce salaire sera augmenté de 4 euros tous les mois.

Le but de cet exercice est de conjecturer de plusieurs façons le nombre de mois nécessaires afin que la rémunération A devienne plus intéressante. Il faudra ensuite la démontrer.

1. Quel sera le salaire mensuel net d'un employé au bout d'un an avec chaque type de rémunération ?
2. À l'aide d'un tableur, faire apparaître la liste de 100 premiers salaires pour chaque type de rémunération.

Résumer les données dans un graphique adapté.

Quelle est alors votre conjecture quant au problème posé ?

**Appeler le professeur pour lui soumettre vos données et votre conjecture**

3. (a) Écrire deux fonctions Python `remuneration_a`, respectivement `remuneration_b` qui prend en paramètre un nombre de mois  $n$  et qui renvoie la rémunération du  $n^{\text{ème}}$  mois selon la rémunération A, respectivement la rémunération B.
- (b) Écrire une fonction Python `comparaison` qui prend en paramètre un nombre de mois  $n$  et renvoie la rémunération la plus avantageuse.

**Appeler le professeur pour lui soumettre votre algorithme**

- (c) Quelle est alors votre conjecture quant au problème posé ?
4. Soit  $x$  le nombre de mois écoulés depuis l'embauche d'un employé. On note  $f(x)$  son salaire s'il a choisi la rémunération A et  $g(x)$  son salaire s'il a choisi la rémunération B.
  - (a) Exprimer  $f(x)$  et  $g(x)$  en fonction de  $x$ .

- (b) Représenter graphiquement les fonctions  $f$  et  $g$  à l'aide d'un logiciel adapté afin de mettre en évidence les coordonnées du point d'intersection de leur deux courbes.

**Appeler le professeur pour lui soumettre votre graphique**

5. Démontrer la conjecture faite en question 2.

### Exercice 4. Questions flash

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, et justifier.

1. On considère la fonction  $f$  définie sur  $] -\infty; 0[ \cup ] 0; +\infty[$  par :

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

*Affirmation 1 :*  $\mathcal{C}_f$  est symétrique par rapport au centre du repère.

2. On considère la fonction  $g$  définie par :

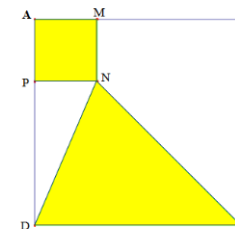
$$g(x) = \sqrt{x^2 + 4}$$

*Affirmation 2 :* L'image par la fonction  $g$  de  $-5$  n'est pas définie.

*Affirmation 3 :*  $\mathcal{C}_g$  n'admet pas d'axe de symétrie.

### Exercice 5.

Soit ABCD un carré de côté 8 cm.  $M$  est un point appartenant au segment  $[AB]$ . On construit le carré AMNP puis on trace le triangle DNC comme sur la figure ci-contre. Pour quelle(s) position(s) du point  $M$  l'aire de la partie jaune est-elle égale à l'aire de la partie blanche ?



### Exercice 6.

On considère un processus qui à tout entier naturel associe la somme de ses chiffres.

1. Déterminer ce que l'on obtient à partir du nombre 13717.
2. Donner un nombre qui donne en « sortie » 22.
3. Déterminer en justifiant combien le nombre 3 possède d'antécédents dans l'intervalle  $]0; 10\,000]$ .
4. Déterminer en justifiant si tout entier naturel peut être la « sortie » d'un nombre.

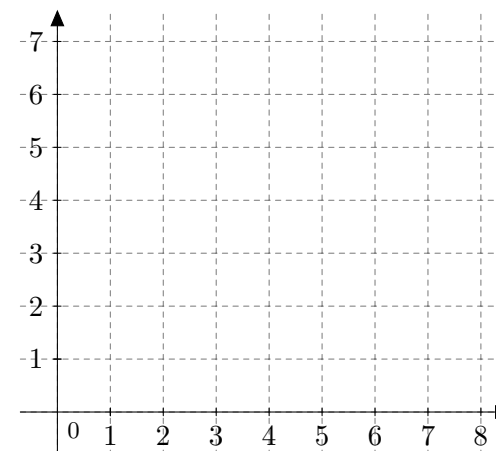
### Exercice 7.

Une société gérant un parking payant pratique des tarifs qui varient selon le temps d'occupation. Un automobiliste peut y laisser sa voiture pendant au maximum 8 heures et le prix à payer en fonction du temps est donné par l'algorithme ci-dessous :

#### Tarif Parking

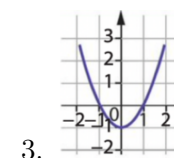
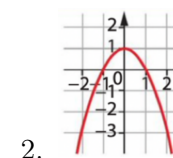
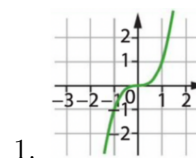
- \* Gratuit pour moins d'une heure.
- \* Un euro de l'heure moins un euro pour un stationnement compris entre une heure et quatre heures.
- \* Cinquante centimes de l'heure plus un euro pour un stationnement supérieur à quatre heures.

1. Quel est le prix à payer par un automobiliste qui laisse sa voiture 3h ? 7h 30 min ? 13 min ?
2. Combien de temps ai-je laissé ma voiture si je paie 3,55 euros ?
3. Dans le repère ci-contre, tracer la représentation graphique de la fonction qui, au temps  $x$  en heures, associe le prix  $y$  à payer en euros.



**Exercice 8.** Question flash : Tracer la représentation graphique d'une fonction

Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = x^2 - 1$ . Laquelle de ces trois courbes représente la fonction  $g$  ?



**Exercice 9.** Question Flash : Quelle est l'image de  $-2$  par la fonction  $f$  ?

$x$	-5	-2	0,5	7
$f(x)$	0,5	4	7	-2

**Exercice 10.** Question Flash : Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = x^2 - 5$

1. Calculer l'image de 2 par  $h$ .
2. Calculer  $h(-2)$ .

**Exercice 11.** Question Flash :  $g$  est la fonction qui a un nombre associe la somme de 4 et du quart du nombre.

Laquelle de ces expressions est celle de  $g(x)$  ? :

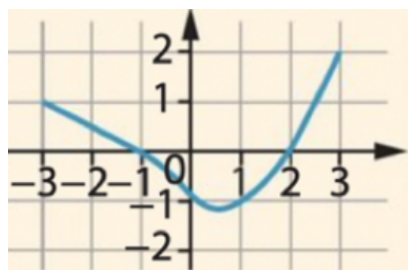
1.  $g(x) = \frac{1}{4}(x + 4)$

2.  $g(x) = 4 + 0,25x$

3.  $g(x) = 4 \times \frac{1}{4}x$

**Exercice 12.** Question Flash : Exploiter la représentation graphique d'une fonction

Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$ .



Quelle proposition est correcte ?

1. L'image de  $-1$  par  $f$  est 1.
2.  $-3$  est un antécédent de 1 par  $f$ .
3. 1 a deux images par  $f$ .

**Exercice 13.** Question Flash : Calculer l'antécédent de 3 par la fonction  $g : x \mapsto 5x - 1$ .

**Exercice 14.** Question Flash : Calculer l'image de  $-2$  par la fonction  $f : x \mapsto x^2 + 4x + 6$ .

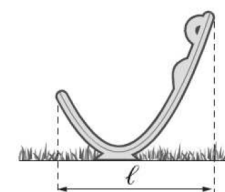
**Exercice 15.** Question Flash : On donne le tableau de valeurs d'une fonction  $f$  ci-dessous :

x	-3	-1	0	2	4	5
f(x)	7	-2	3	5	-3	6

Donner un antécédent de  $-3$  par la fonction  $f$  ?

**Exercice 16.** La sculpture ci-contre est réalisée à partir d'un morceau de la représentation graphique de la fonction carré dans un repère orthonormé (unité : 1 m).

Elle mesure 2 mètres de haut d'un côté et 5 mètres de haut de l'autre. Déterminer, en expliquant votre raisonnement, la largeur  $\ell$  de cette sculpture au centimètre près.

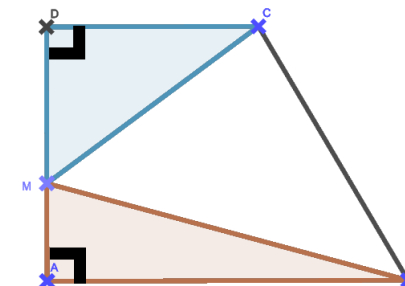


**Exercice 17.**

$ABCD$  est un trapèze rectangle tel que  $AB = 6$ ,  $AD = 4$  et  $CD = 3$ .

$M$  est un point mobile du segment  $[AD]$ .

Déterminer la (les) position(s) du point  $M$  telles que les aires des triangles  $ABM$  et  $MCD$  sont égales.



**Exercice 18.** Louise et Victor sont en vacances dans une région de France qu'ils ne connaissent pas. Ils souhaitent louer une voiture pour visiter cette région. Ils ont sélectionné 4 agences de location de voiture : Loc'Auto, Les Voitures de Provence, Aix Location et Easy Car. Vous trouverez ci-dessous leurs tarifs de location :

Loc'Auto	0,9 € / km
LES VOITURES DE PROVENCE	Forfait : 45 € 0,4 € / km.
Aix Location	Forfait : 80 € 0,2 € / km
Easy Car's	130 €

Quelle voiture conseilleriez-vous à Louise et Victor ? Vous expliquerez et détaillerez votre raisonnement avant de conclure. Toute trace de recherche, même non aboutie, sera la bienvenue.

**Exercice 19.** Question Flash : Déterminer des images et des antécédents

- Si  $f(x) = -x^2 + 4$  alors  $f(-1)$  est égal à :
  - 4
  - 3
  - 5
- Si  $g(5) = -1$  alors :
  - $-1$  est un antécédent de 5 par  $g$
  - $-1$  a pour image 5 par  $g$
  - 5 est un antécédent de  $-1$  par  $g$
- Si  $h(x) = -2x + 5$  alors 0 a pour antécédent par  $h$  :
  - $\frac{5}{2}$
  - 0
  - $-\frac{5}{2}$
- Voici un tableau de valeurs :

x	0	1	2
k(x)	-2	-1	2

Quelle fonction peut lui correspondre ?

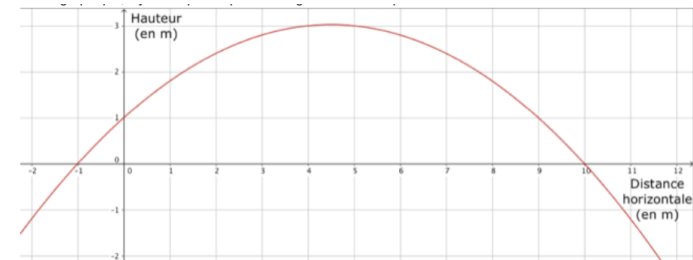
- $k : x \mapsto -x^2 - 2$
  - $k : x \mapsto x^2 - 2$
  - $k : x \mapsto -x - 2$
- Avec le tableau de valeurs de la question précédente, on peut dire que :
    - L'image de 2 par la fonction  $k$  est 2
    - L'image de 1 par la fonction  $k$  est  $-1$
    - $-2$  a pour antécédent 0 par la fonction  $k$ .

**Exercice 20.** Charly fait du tir à l'arc. Lorsqu'il tire une flèche, la hauteur (en mètres) que prend la flèche dépend de la distance horizontale (en mètres) parcourue par la flèche. Cette trajectoire est modélisée par une fonction  $f$  dont plusieurs représentations sont données ci-dessous :

**Représentation algébrique :**

$$f(x) = -0,1x^2 + 0,9x + 1$$

**Représentation graphique :** Hauteur de la flèche en fonction de la distance horizontale



**Représentation numérique :** Le tableau de valeurs est extrait d'une feuille de tableur

	A	B	C	D	E	F	G
1	Distance horizontale (en m)	1	1,3	2	4,5	6	12
2	Hauteur (en m)	1,8	2	2,4	3,025	2,8	-2,6

- Quelle formule de tableur a-t-on saisie dans la cellule D2 ?
- Répondre aux questions suivantes. On précisera la représentation utilisée en justifiant.
  - De quelle hauteur la flèche est-elle tirée ?
  - Quel est un antécédent de 2 par la fonction  $f$  ?
  - Quelle est l'image de 8 par la fonction  $f$  ?
  - À quelle distance de Charly, la flèche retombe-t-elle au sol ?

**Exercice 21.** Pour chacune des situations ci-dessous dire si elle est affine, linéaire, les 2 ou aucune des 2.  
Déterminer l'expression de la fonction qui la représente et la représenter à l'aide d'un graphique et d'un tableau.

**Situation A :**

- Choisir un nombre
- Multiplier par lui même
- Ajouter 5
- On s'intéresse au nombre obtenu en fonction du nombre de départ

**Situation B :**

- Un bocal est rempli de 47 litres d'eau.
- L'eau s'écoule régulièrement avec un débit de 3 litres par heure.
- On étudie la quantité d'eau dans le bocal en fonction la durée passée.

**Situation C :**

- Pour ma voiture, il est indiqué :  
« consomme 6 litres pour 100km ».
- Je sais qu'un litre d'essence coûte 1,54 euro.
- On s'intéresse au prix de l'essence utilisée en fonction de la distance parcourue.

**Exercice 22.** Pour chacune des affirmations suivantes, répondre par vrai, faux ou "on ne peut pas savoir". Justifier la réponse.

**Affirmation 1 :**

Si  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , croissante sur  $] -\infty; 5]$  et décroissante sur  $[5; +\infty[$  alors  $f(2) > f(10)$ .

**Affirmation 2 :**

Si  $f(-2) = 5$  et si  $f(3) = 0$ , alors  $f$  est une fonction décroissante entre  $-2$  et  $3$ .

**Exercice 23.** On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre ;
  - Multiplier ce nombre par  $-2$  ;
  - Ajouter le carré du nombre choisi ;
  - Soustraire 24 à la somme obtenue.
1. Montrer que, si on choisit le nombre 3, le résultat obtenu est  $-21$ .
  2. Calculer la valeur du résultat obtenu lorsque le nombre choisi est  $-2$ .
  3. On note  $x$  le nombre choisi au départ.  
Déterminer la fonction  $f$  qui associe à  $x$  le résultat obtenu avec ce programme.
  4. Montrer que la fonction  $f$  peut s'écrire  $f(x) = (x + 4)(x - 6)$ .
  5. Trouver tous les antécédents de 0 par la fonction  $f$ .

**Exercice 24.**

**Fiche aide :**



On considère la fonction  $f$  définie sur  $I = [-2; 4]$  par :

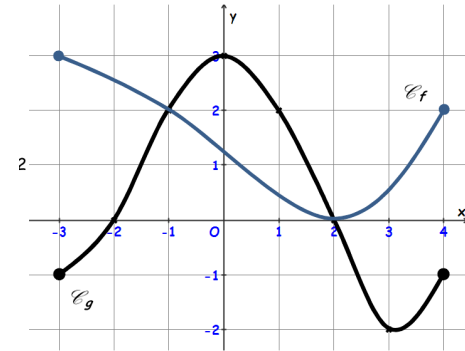
$$f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + x^2 - 6x - \frac{3}{2}$$

1. Avec la précision permise par la calculatrice :
  - (a) Dresser un tableau de valeurs pour  $x$  décrivant  $I$  avec un pas de 0,5. (Arrondir à  $10^{-1}$ ).
  - (b) Tracer sur votre feuille la courbe représentative de  $f$ . (On fera apparaître les points remarquables : maximum, minimum, intersections avec les axes).
2. Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$ .

### Exercice 25. Analyse de productions

Pour chaque production d'élève ci-dessous :

1. Expliquer ses erreurs
2. Proposer une correction



#### Production 1.

Question : Résoudre l'équation  $3x - 2 = 5x + 6$

$$\begin{aligned} 3x - 2 &= 5x + 6 \\ 3x - 2 - 5x &= 5x + 6 - 5x \\ -2x - 2 &= 6 \\ -2x - 2 + 2 &= 6 + 2 \\ -2x &= 8 \\ x &= 8 + 2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

1. Déterminer l'image de 3 par la fonction  $f$ .
2. Résoudre l'équation  $f(x) = 2$ .
3. Résoudre l'inéquation  $g(x) < 2$ .
4. Résoudre l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .

$$\begin{aligned} 1) \text{ L'image de 3 est } -3 \text{ car } f(-3) &= 3 \\ 2) \text{ } f(x) = 2 \text{ pour } x &= -1 \\ 3) \text{ } g(x) < 2 \text{ pour } x &= 0 \\ 4) \text{ } f(x) \geq g(x) \text{ pour } x \text{ appartenant à} & \text{ l'intervalle } ]2; 4[ \end{aligned}$$

#### Production 2.

Question : Développer et réduire l'expression  $A = (3x - 1)(5 - x)$

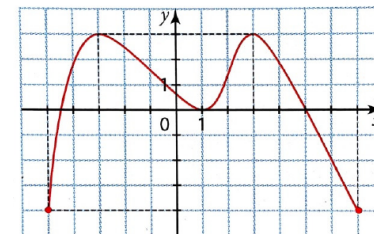
$$\begin{aligned} A &= (3x - 1)(5 - x) \\ &= 3x \times 5 + 3x \times (-x) - 1 \times 5 - 1 \times (-x) \\ &= 15x + 3 - 5 + x \\ &= 16x - 2 \end{aligned}$$

#### Production 3.

Question : Les courbes ci-contre représentent une fonction  $f$  et une fonction  $g$  définies sur l'intervalle  $[-3; 4]$ .

### Exercice 26. Production d'élèves

Question : On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $f$ . Un élève y a tracé les traits en pointillés sur le graphique pour justifier ses résultats. Rédiger les questions de l'énoncé auxquelles il pouvait répondre.



**Exercice 27.** Chaque jour, une entreprise fabrique  $x$  objets avec  $x \in [0; 50]$ . Le coût de production des  $x$  objets est donné en euros par :

$$C(x) = 60 + 9,6x + 0,3x^2$$

Chaque objet est vendu 30 euros.

Si on note  $R(x)$  la recette correspondant à la vente de  $x$  objets, le bénéfice de l'entreprise est donc donné par

$$B(x) = R(x) - C(x).$$

Quel est le bénéfice maximal ? Quel nombre d'objets l'entreprise doit-elle produire pour l'atteindre ? Expliquer la démarche.

**Exercice 28.**

1. Choisir deux nombres  $a$  et  $b$  tels que  $-5 < a < 0$  et  $b > 2$ .
2. Dans un repère  $(O, I, J)$  orthonormé, construire une courbe possible pour la fonction  $f$  dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

$x$	-6	$a$	1	4
$f$	2		$b$	
		↘	↗	↘
		0		$-b$

3. Préciser le maximum et le minimum de  $f$  ainsi que les points où ils sont atteints.
4. Comparer, si c'est possible et en justifiant :
  - (a) les images par  $f$  de  $a$  et de  $0$ ;
  - (b)  $b$  et l'image par  $f$  de 3.
5. Déterminer le nombre de solutions des équations suivantes.
  - (a)  $f(x) = 3$
  - (b)  $f(x) = -1$
  - (c)  $f(x) = 1$

**Exercice 29.** On considère une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-5; 6]$  vérifiant les propriétés suivantes :

- la fonction  $f$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $[-5; -2]$  ainsi que sur l'intervalle  $[3; 6]$ ;
- la fonction  $f$  est strictement croissante sur l'intervalle  $[-2; 3]$ ;
- la fonction  $f$  admet sur l'intervalle  $[-5; 6]$  un maximum qui vaut 4;
- les images des nombres  $-5$  et  $6$  sont respectivement 3 et  $-3$ ;
- $-2$  et  $5$  sont les solutions de l'équation  $f(x) = 1$ .

1. Dresser le tableau de variation de cette fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-5; 6]$ .
2. Quel est le minimum de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-5; 6]$  ?
3. Déterminer, en justifiant, l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) \geq 1$  sur l'intervalle  $[-5; 6]$ .
4. (a) Comparer, en justifiant,  $f(4)$  et  $f(5)$ .  
(b) Peut-on comparer  $f(2)$  et  $f(5,5)$  ?
5. Proposer une représentation graphique possible pour cette fonction  $f$ .