

Intégration

I. Introduction

L'entreprise NVIDIA, spécialisée dans la fabrication de cartes graphiques, contrôle la qualité des condensateurs.

On considère la puissance instantanée P (exprimée en Watt) des condensateurs utilisés.

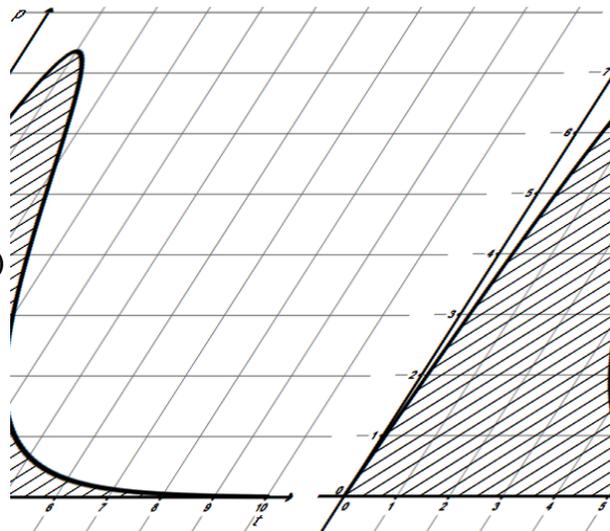
La courbe suivante donne les variations de la puissance (en Watt) pour un temps t (en seconde).

D'après le cahier des charges un condensateur est supposé conforme si l'énergie consommée est inférieure à 20 J.

Cette énergie (en Joules) correspond à l'aire (en cm^2 dans ce repère) de la surface sous la courbe.

Donner un encadrement de cette énergie.

Peut-on dire que ces condensateurs sont conformes ?

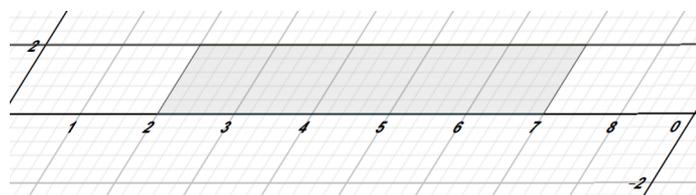


II. Calcul d'aires

1. Fonction constante

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=2$.

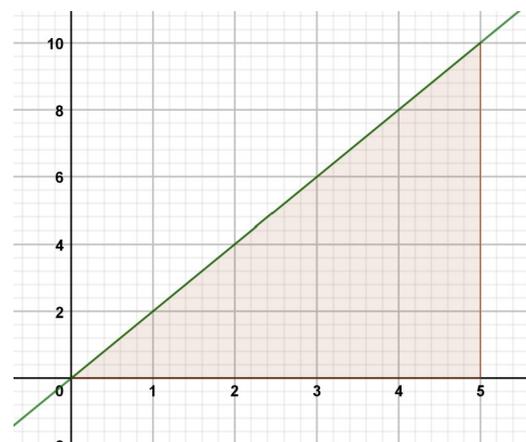
- Calculer l'aire du rectangle colorié.
- Soit F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x)=2x$. Calculer $F'(x)$.
- Calculer $F(7)-F(2)$. Que constatez-vous ?



2. Fonction linéaire

On considère la fonction f définie par $f(x)=2x$.

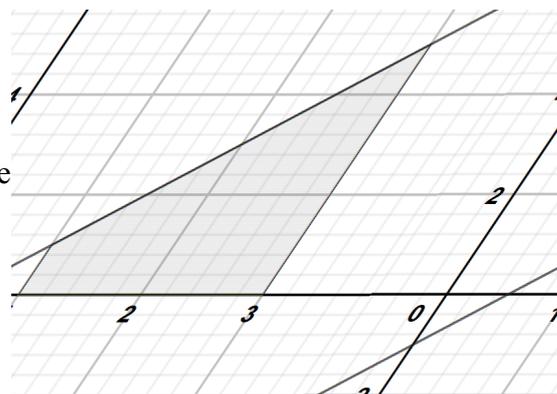
- Calculer l'aire du triangle hachuré.
- Chercher dans votre tableau de dérivées, une fonction F telle que $F'(x)=2x$.
- Calculer $F(5)-F(0)$. Que constatez-vous ?



3. Fonction affine

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=2x-1$.

- Calculer l'aire du trapèze hachuré.
- Chercher dans votre tableau de dérivées, une fonction F telle que $F'(x)=2x-1$.
- Calculer $F(3)-F(1)$. Que constatez-vous ?

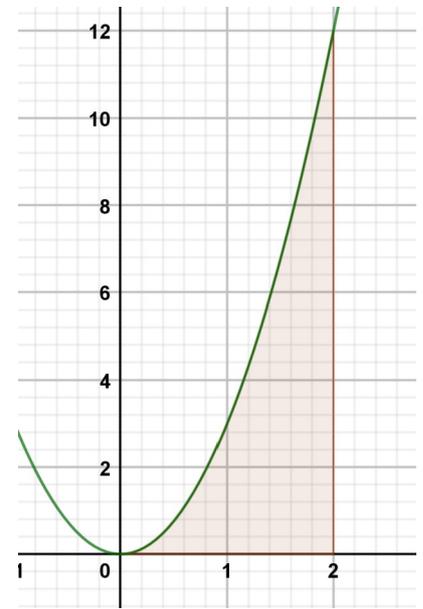


4. Fonction du second degré

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2$.

On veut déterminer l'aire de la surface hachurée sous la courbe.

- Donner une estimation (ou un encadrement) de cette aire.
- En utilisant ce qui a été fait précédemment, proposez une méthode qui permette de calculer la valeur exacte de cette aire.



III. Intégrales

1. Primitives

Définition : Une fonction F définie sur un intervalle $[a ; b]$ est une primitive d'une fonction f telle que $F'(x) = f(x)$.

En résumé de la partie II.

Primitive



$f(x)$	$F(x)$
2	
$2x$	
$2x - 1$	
$3x^2$	



Dans Geogebra, calcul formel.

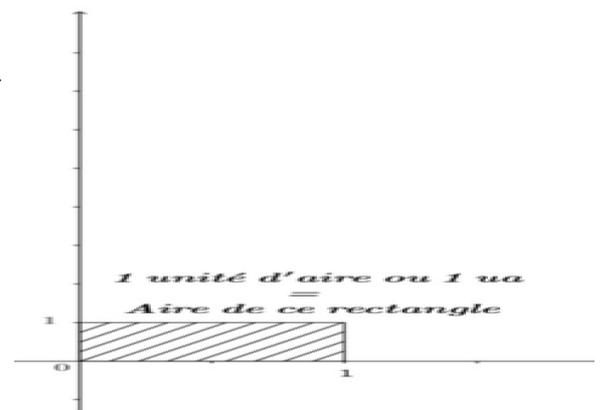
Dérivée

2. Calcul d'aires

Soit une fonction f positive sur un intervalle $[a ; b]$ telle que F est une primitive de f sur cet intervalle et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

L'aire (en unité d'aire) de la surface ci-dessous est : $F(b) - F(a)$.

Notation intégrale : $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.



3. Résolution de la problématique d'introduction

On modélise la puissance (en W) d'un condensateur par la fonction définie sur $[0 ; 10]$ par $f(x) = 20xe^{-x}$.

Dans Geogebra, déterminer une fonction F primitive de f .

Calculer l'énergie (en Joules) consommée par ce condensateur (correspondant à l'aire de la surface hachurée en cm^2) Le condensateur est-il conforme au cahier des charges ? Justifier.