JOURNÉES INSTITUTIONNELLES – INSPECTION DE MATHÉMATIQUES – ANNÉE 2018/2019

académie Besançon

RÉGION ACADÉMIQUE BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR, DE LA RECHERCHE ET DE L'INNOVATION

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Organisation de la journée

- Temps 1 - Le nouveau baccalauréat
  - *Présentation des textes et de l'organisation* ***connus à ce jour***

- Temps 2 - L'algorithmique
- Temps 3 – La démonstration
- Temps 4 – L'histoire des mathématiques

TEMPS 1
Le nouveau baccalauréat

Les textes déjà parus

- Décret n°2018-614 du 16 juillet 2018 modifiant les dispositions du code de l'éducation relatives aux enseignements conduisant au bac général et aux formations technologiques conduisant au bac technologique
- Arrêté du 16 juillet 2018 relatif aux épreuves du bac général, modifié par l'arrêté du 31 décembre 2018
- Arrêté du 16 juillet 2018 relatif aux épreuves du bac technologique à compter de la session de 2021
- Arrêté du 16 juillet 2018 relatif aux épreuves anticipées du bac général et du bac technologique
- Arrêté du 16 juillet 2018 relatif aux modalités d'organisation du contrôle continu pour l'évaluation des enseignements dispensés dans les classes conduisant au bac général et au bac technologique
- Décret n°2018-1199 du 20 décembre 2018 prévoyant la création d'une indication « discipline non linguistique ayant fait l'objet d'un enseignement en langue vivante » sur le diplôme du BGT
- Arrêté du 20 décembre 2018 relatif aux sections internationales de lycées
- Arrêté du 20 décembre 2018 relatif aux modèles du diplôme des BGT
- BO spécial n°1 du 22 janvier 2019 sur les nouveaux programmes d'enseignement
- BO n° du 25 avril 2019

Les textes à paraître

- Définitions d’épreuves *pour les enseignements de spécialité en classe de terminale, pour la philosophie et pour l'épreuve orale*
- Dispositions transitoires (étalement de session, redoublant….)
- Texte sur les dispenses d’épreuves

Épreuves, modalités et coefficients

		PREMIERE				TERMINALE				COEFFICIENTS	CHOIX POUR 2ND GROUPE
		1er trim	2e trim	3e trim	juin	1er trim	2e trim	3e trim	juin		
E3C 30%	Histoire-Géographie		x	x			x				
	LVA		x	x			x				
	LVB		x	x			x				
	Enseignement scientifique (Bac général) ou Mathématiques (bac techno)			x							
	Spécialité non conservée en terminale			x							
	EPS (CCF)					x	x	x			
Livret scolaire 10%	Français		x				x				
	Enseignement moral et civique		x				x				
	Histoire-géographie		x				x				
	LVA		x				x				
	LVB		x				x				
	Enseignement scientifique (Bac général) ou Mathématiques (bac techno)		x				x				
	Philosophie		x				x				
	Spécialité 1		x				x				
	Spécialité 2		x				x				
	Spécialité 3		x								
	EPS		x				x				
	option 1		x				x				
	option 2						x				
PONCT 60%	Spécialité 1								x	16	x
	Spécialité 2								x	16	x
	Français oral				x					5	
	Français écrit				x					5	x
	Philosophie								x	8BCG/4BTN	x
	Oral terminal								x	10BCG/14BTN	

La note finale est composée à 60 % d'épreuves terminales et 40 % de contrôle continu.

- **Epreuves terminales :** français écrit et oral en fin de première et 2 épreuves de spécialité, 1 épreuve de philosophie et 1 grand oral en fin de terminale.

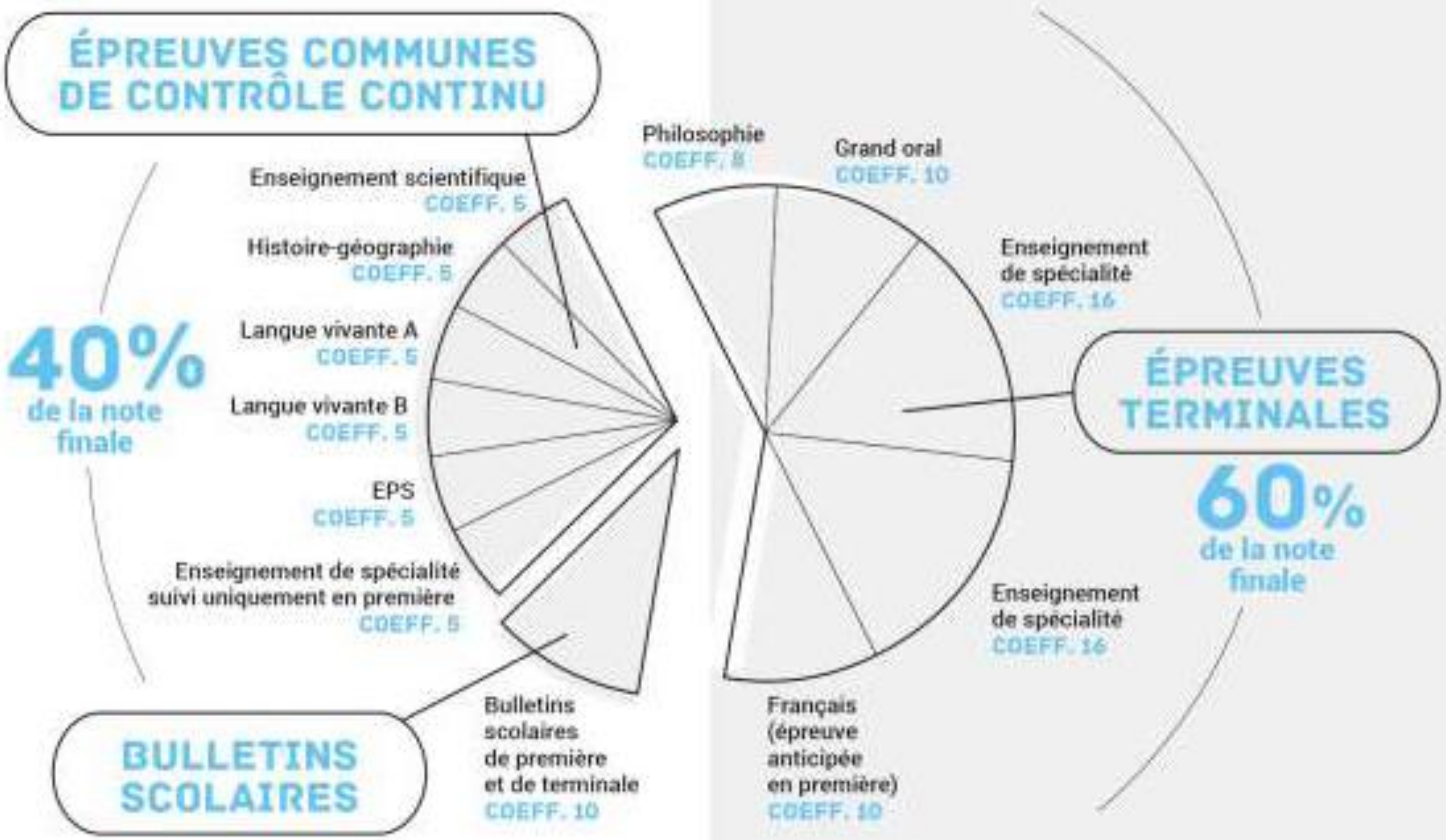
Nouveauté : un grand oral pour tous les élèves : au cours de leur scolarité, ils vont apprendre à maîtriser cette compétence fondamentale pour leur réussite professionnelle et personnelle, grâce à des programmes revus en conséquence.

- **contrôle continu :**
  - *10% pour les résultats des bulletins de première et de terminale ;*
  - *30% pour les résultats des trois séries d'épreuves de contrôle continu dont les sujets sont nationaux, la correction anonyme et effectuée par d'autres professeurs que celui du candidat.*

90% de la note finale est issue de sujets nationaux avec des copies anonymes .

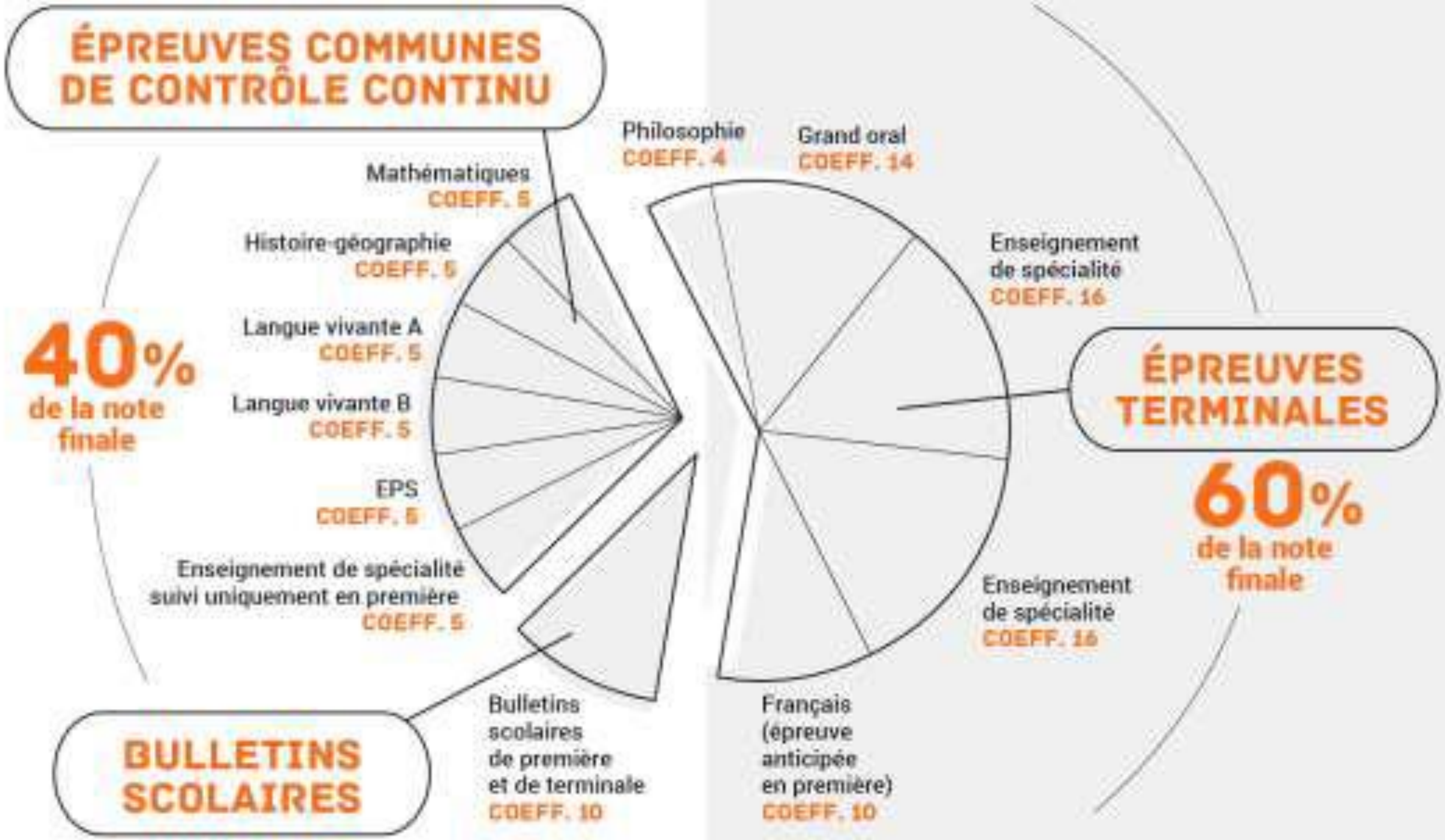
- Le baccalauréat est évalué sur 2000 points1 ; 1000 points sont nécessaires pour l'obtenir. Entre 800 et 999 points, l'élève bénéficie de la procédure de rattrapage.
- Total des coefficients : 100.

LES ÉPREUVES DU NOUVEAU BACCALAURÉAT GÉNÉRAL



Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse - Février 2019

LES ÉPREUVES DU NOUVEAU BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE



Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse - Février 2019

Inscriptions à l’examen

- Outils : CYCLADES
- Quand : 1er trimestre de la classe de première: Les inscriptions devraient se dérouler en début de première par une bascule des bases élèves, selon les mêmes modalités que les épreuves anticipées sur Cyclades actuellement.
- Choix des spécialités : au conseil de classe du 3e trimestre de la classe de 2nde
- L’inscription en début de première serait une inscription unique pour l’ensemble du cycle (1re et terminale). Les spécialités étant connues dès la fin de seconde.
- Possibilité de changer ? arrivée en cours d’année de 1re ? Pas de précisions
- Nouveaux arrivants : affectation en 1re et terminale ? Pas de précisions

Organisation des épreuves communes de contrôle continu (E3C)

- « L'organisation des épreuves communes de contrôle continu relève de chaque établissement scolaire, qui en détermine les modalités d'organisation. Plusieurs établissements scolaires peuvent organiser en commun tout ou partie de ces épreuves. » *article 4 de l'arrêté du 16/07/18.*

- Les principes :

- Calendrier de déroulement des épreuves fixé par l'établissement dans un cadre défini nationalement

- Calendrier de remontée des notes fixé au niveau académique

- Sujets issus d'une banque nationale numérique

- Correction des copies par un autre enseignant que celui de l'année

- Copies anonymisées

- Notation harmonisée au niveau académique

- Dématérialisation des corrections

L’E3C pour l’enseignement de spécialité mathématiques suivi seulement en classe de première pour la voie générale

Troisième trimestre de l’année de première - Epreuve écrite d’une durée de deux heures

- Objectifs

  L’épreuve vise à évaluer la maîtrise par le candidat des contenus et capacités attendues figurant au programme de l’enseignement de spécialité « Mathématiques » de la classe de première, défini dans l’arrêté du 17 janvier 2019 paru au BOEN spécial n°1 du 22 janvier 2019.

- Structure

  L’épreuve est composée de deux à quatre exercices indépendants qui abordent une grande variété de contenus et de capacités du programme.

- Notation

  L’épreuve est notée sur 20 points. Chaque exercice est noté entre 5 et 12 points. La note finale est composée de la somme des points obtenus à chaque exercice.

Les E3C pour l'enseignement de mathématiques pour la voie technologique

Deux épreuves écrites passées aux deuxième et troisième trimestres de l'année de première & une épreuve écrite à la même période que les autres épreuves de contôle continu da l'année de terminale (*2ème trimestre de la classe de terminale – art.2, arrêté du 16 juillet relatif aux modalités d'organisation des E3C*)

- **Objectifs**

  L'épreuve vise à évaluer la maîtrise par le candidat des contenus et capacités attendues figurant au programme de l'enseignement commun de mathématiques du cycle terminal.

  - ***Classe de première: première et deuxième épreuves***

  En tenant compte de la progression arrêtée par l'équipe pédagogique, les deux épreuves de la classe de première doivent avoir évalué, en fin d'année, une très large part des capacités attendues qui sont inscrites dans les différentes parties du programme de la classe de première.

  - ***Classe de terminale: troisième épreuve***

  En tenant compte de la progression arrêtée par l'équipe pédagogique, l'épreuve de la classe de terminale évalue une très large part des capacités attendues inscrites dans le programme de la classe de terminale.

- **Structure**

Les E3C sont **écrites et durent 2 heures , notées sur 20.** Elles peuvent nécessiter l'accès à un ordinateur disposant d'un tableur et d'un environnement de programmation en Python.

Deux parties

Partie 1 : 5 points (20 min): test de maîtrise des automatismes figurant au programme**. Usage de la calculatrice interdit.**

Questions « flash » indépendantes et à réponses rapides, la cas échéant sous forme de QCM.

Les feuilles réponses sont ramassées sitôt le test terminé.

Peut nécessiter selon les sujets un dispositif de visualisation collective et un environnement informatique individuel (questionnaire entièrement dématérialisé)

Partie 2 : **15 points :**trois exercices indépendants. **Chaque sujet précise si l'usage de la calculatrice, dans les conditions des textes en vigueur, est autorisé.**

Portent sur des domaines divers du programme de mathématiques. Certains exercices peuvent nécessiter l'usage du numérique (tableur /programmation Python)

- Choix des sujets dans la banque nationale numérique : Sélection d’un sujet adapté au regard de l’avancée du programme pour chaque enseignement évalué dans chaque établissement.
- Organisation des épreuves et des corrections : Dates à déterminer par l’établissement au cours des trimestres indiqués par la réglementation.

  La date de remontée des notes est fixée par le recteur pour organiser la commission d’harmonisation des notes.

- Outils :

- CYCLADES, pour l’organisation des épreuves

- SANTORIN, pour la numérisation des copies et les corrections

- 1 - Cyclades :

- Dès les inscriptions les chefs d’établissements auront accès au menu permettant l’affectation automatique en centre épreuve/centre de correction, constitution des groupes d’élèves, affectation en date, salle, commission et lot d’interrogation

- 2 – Dématérialisation des corrections

- Scanners déployés dans les établissements

- Les copies numérisées sont accessibles par les correcteurs

- Lien Cyclades – Santorin

Organisation des épreuves ponctuelles de spécialités

- Calendrier national : après les vacances de Pâques ou en juin ?

Les définitions d'épreuves pour les enseignements de spécialité en classe de terminale, pour la philosophie et pour l'épreuve orale seront publiées prochainement.

- Affectation des candidats : à définir par chaque académie
- Comment : par le service de la DEC
- Organisation des corrections : corrections dématérialisées avec SANTORIN ?

Organisation des épreuves terminales: philosophie et grand oral

Calendrier national : philosophie mi-juin suivie de l’épreuve orale

- Affectation des candidats : service de la DEC
- Organisation des corrections : corrections dématérialisées avec SANTORIN ?

Organisation des jurys

Réaffirmation de la présidence des jurys par des enseignants chercheurs

Réflexion en cours pour l'attribution de points jurys : pas de modification des notes attribuées par les correcteurs puisqu'elles ont été communiquées aux candidats et à Parcoursup

- Epreuves de rattrapage

  Seules les épreuves écrites ponctuelles sont concernées : philosophie, français et les deux enseignements de spécialités.

- Mention

  La mention « très bien avec les félicitations du jury » est créée pour les candidats ayant obtenu une moyenne au moins égale à 18/20.

TEMPS 2
L' Algorithmique

1. Identifier toutes les difficultés mathématiques que peuvent soulever des exercices.
2. Quels étayages ou activités préparatoires mettre en place en seconde et en première pour permettre à un élève d'être en situation de réussite face à cette activité?

[Diaporama algo]()

Casino

correction exercice 1

```
from random import *
from math import *
compteur = 0
for k in range(1000000):
    x = 4*random()-2
    y = random()
    if y<exp(-x**2/2):
        compteur = compteur + 1
frequence = compteur /1000000
aire = 4*frequence
```

Difficultés mathématiques

Traduire qu'un point est sous une courbe :

Cette difficulté induit un changement de registre : graphique vers calcul. Passer par l'algorithmique l'impose car un algo ne sais faire que des calculs et ne peut «voir».

On s'aperçoit au passage que l'instruction M <- (x,y) ne sert à rien d'être programmée.

création d'un nombre dans -2,2 à partir de random() :

Après avoir essayé sans succès random(-2,2), Une discussion peut s'installer.

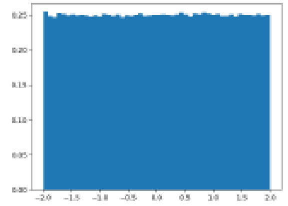
Il s'agit la d'une très grosse difficulté pour un élève pour principalement deux raisons.

— "4*random() - 2" ou "-4*random() + 2" est difficile à faire émerger. La difficulté étant que pour un élève l'intervalle [0,1] est quatre fois plus petit que [-2,2]. Peut être travailler préalablement la fonction f(x) = 4x pour faire sentier la "bijection".

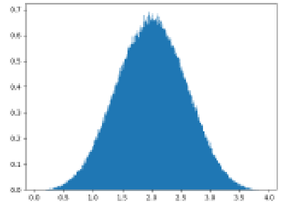
— La solution suivante

$$random() + random() + random() + random()$$

sort quelque fois (mais relativement rarement). Elle remporte en général les suffrages de la classe et semble plus naturel aux élèves : pour créer un nombre entre 0 et 4, on en crée 4 entre 0 et 1.
On a également un nombre aléatoire entre 0 et 4 mais il n'est juste pas uniforme :



histogramme d'un échantillon de 4*random()-2



histogramme d'un échantillon de random() + random() + random() + random()

Travailler avec random() fait intervenir les lois à densité. Restons modestes avec nos élèves. Après tout, c'est du programme de terminale non. En plus un ordinateur avec random() génére en fait une loi discrète et non continue mais que l'on considère quand même comme continue !!!
La modélisation statistique n'est clairement pas le bon angle d'attaque pour l'algorithmique

Au fait à quoi sert cet algorithme ? LGN Cette question coeur de séance, une fois la difficulté de la simulation de l'aléatoire entre 0 et 4 mérite qu'on s'y attarde.

var 1 est la fréquence des points sous la courbe (facile à comprendre pour un élève). Mais pourquoi la multiplier par 4 ?

Une discussion peut alors s'enclencher. Il s'agit de faire le lien entre statistiques (on a un échantillon de 100 000 flèchettes lancées dans une cible) et l'expérience aléatoire de lancer d'une fléchette dans une cible (on a d'ailleurs ici l'obligation de faire des exercices d'anticipation en probabilité de fléchettes dans des cibles pour aborder la proba comme proportion de l'aire.

C'est important de faire le lien entre l'expérience aléatoire et l'échantillon : c'est un exercice d'estimation qui se fonde sur la loi des grands nombres.

var2 (aire) est une valeur approchée de l'aire sous la courbe.

compteur = compteur + 1 Il est toujours intéressant de souligner cette difficulté de compréhension pour nombre de nos élèves. Ne pas hésiter à revenir au sens de cette instruction en programmation : affectation.

Intervalle de confiance : TCL

Cet exercice, on vient de le voir est extrêmement riche mathématiquement. Il est possible de le prolonger via l'exercice 3 avec l'utilisation d'un intervalle de confiance et ainsi avoir une utilisation de cette branche des mathématiques un peu moins stéréotypé que ce que l'on rencontre souvent.

Casino

L'autre intérêt est de montrer que les conditions que l'on a en classe de seconde (f autour de 0,5) est fondamental. Car dès que l'on agrandit l'intervalle, la probabilité d'être sous la courbe se rapproche de 0. Et très rapidement l'intervalle de confiance trouvé n'a aucun sens.

Cela permet d'illustrer le théorème central limite (cas binomiale avec Moivre Laplace).

Les fonctions informatiques sont des fonctions mathématiques ?

Les fonctions informatiques étant des fonctions mathématiques (il est fondamental de le rappeler régulièrement). Cet exercice interroge. Lorsque l'on implémente cet algorithme par une fonction on obtient la def suivante :

```python
def montecarlo(n):
    compteur = 0
    for k in range(n):
        x = 4*random()-2
        y = random()
        if y<exp(-x**2/2):
            compteur = compteur + 1
    frequence = compteur /n
    aire = 4*frequence
    return frequence
```

La première réaction serait de se dire l'affirmation ci-dessus est fausse : à chaque fois que je lance ma fonction mon résultat est différent. Normalement l'image par une fonction mathématiques est unique : pour un n donné f(n) ne devrait pas varier.

C'est juste que la fonction mathématiquement réalisant cette fonction est une variable aléatoire (cf théorie de la mesure). Ainsi à chaque fois que nous lançons f(n) nous obtenons une réalisation de cette VA : f(n)(ω)

TEMPS 3
La démonstration

1. Dégager l'intérêt des différentes démonstrations.
2. Proposer des modalités de mise en œuvre: anticipation, travail en classe, trace écrite

1/3 n'est pas un nombre décimal

- **Prérequis pour la démonstration**
  - *Simplifier une fraction* $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$
  - *Unicité de la décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers*
- **Objectif**

L'objectif de cette activité est que tout élève comprenne pourquoi $\frac{1}{8}$ est décimal et pourquoi $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.

La fiche élève proposée permet une différentiation.

Pour les élèves scientifiques, la cible est aussi de travailler sur les conditions nécessaires, suffisantes, nécessaires & suffisantes et de distinguer le vocabulaire « développement décimal d'un nombre » et « nombre décimal ». Un prolongement est de travailler sur la périodicité du développement décimal et nombre rationnel.

- **Intérêt de montrer que 1/3 est non décimal**
  - *Comprendre et exploiter la définition d'un nombre décimal*
  - *Mener un raisonnement*
  - *Comprendre qu'un nombre est un concept mathématique abstrait (quel sens donne t-on à $\frac{1}{3}$ à 0,9999..., à $\sqrt{2}$, à π)*
  - *Distinguer nombre décimal et développement décimal*

$\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel

Intérêt :

- Raisonnement par l'absurde
- Raisonnement par contraposé ou disjonction des cas.
- Comprendre qu'un nombre est un concept mathématiques abstrait (quel sens donne t-on à $\frac{1}{3}$ à 0,9999..., à $\sqrt{2}$ à π...)
- Utilisation du calcul littéral

Prérequis :

- Écriture d'un nombre rationnel
- Fraction irréductible et nombres premiers entre eux

Préparer le terrain

- Poser en amont des questions introduisant le problème (questions flash, exercices préparés hors la classe…)

Piste 1: on part d'un carré de côté 12 cm et on mesure la diagonale.

On trouve 17 cm (trompe-l'œil)

- *Est-il possible que* $\sqrt{2} = \frac{17}{12}$?
- *Trouver une fraction proche de* $\sqrt{2}$*.*
- *Trouver une fraction plus proche de* $\sqrt{2}$ *que* $\frac{17}{12}$
- *Qui peut trouver la fraction la plus proche de* $\sqrt{2}$ *?*

Piste 2 : démontrer le résultat sous une forme plus légère ou avec un exemple générique :

- Démontrer que $\sqrt{2} \neq \frac{17}{12}$.

L'idée est de pouvoir appliquer avec l'exemple générique les différents types de raisonnements pouvant être mis en œuvre dans la démonstration générale, lorsque c'est possible.

UN EXEMPLE : IRRATIONALITÉ DE $\sqrt{2}$

Démonstrations possibles

Le professeur expose ici le principe du raisonnement par l'absurde :

- On suppose que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, avec $\frac{p}{q}$ irréductible, ce qui implique que $p^2 = 2q^2$.

UN EXEMPLE : IRRATIONALITÉ DE $\sqrt{2}$

Démonstrations possibles

Semi-autonomie (méthode 1)

- On aboutit à une contradiction en raisonnant sur la parité.

Semi-autonomie (méthode 2)

- On aboutit à une contradiction en raisonnant sur le chiffre des unités par disjonction de cas.

- chiffres des unités possibles de : 0, 1, 4, 5, 6, 9 ;

- chiffres des unités possibles de : 0, 2, 8.

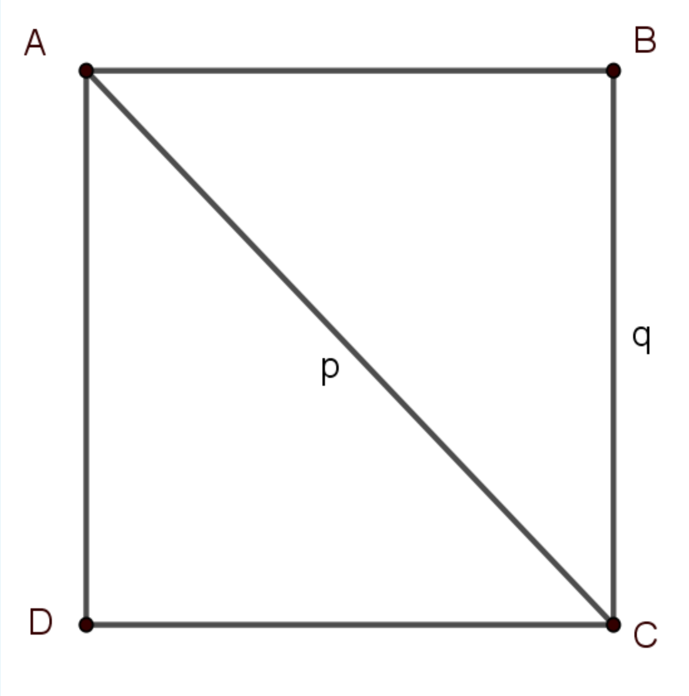
- le seul chiffre des unités commun aux deux est 0 ;
c'est le cas lorsque le chiffre des unités de *p* est 0 et celui de *q* est 0 ou 5 ;
il en résulte que *p* et *q* sont multiples de 5. Contradiction.

UN EXEMPLE : IRRATIONALITÉ DE $\sqrt{2}$

Démonstrations possibles

Semi-autonomie (méthode 3)

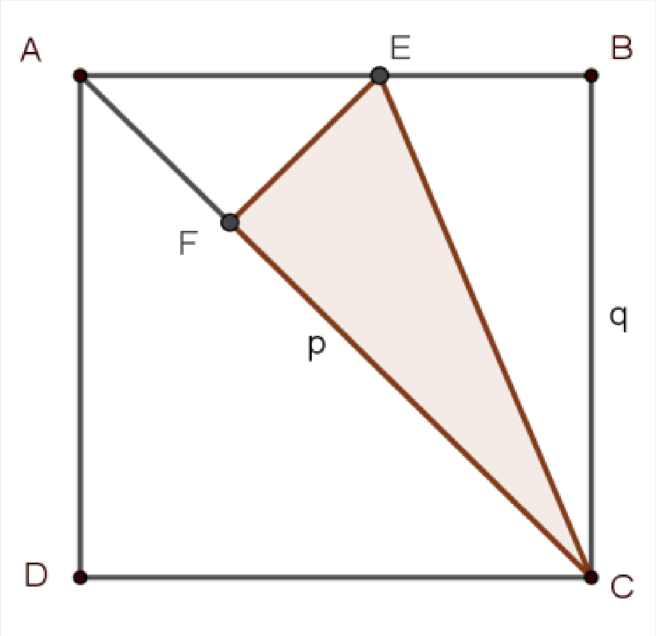
- Le professeur ramène le problème à un problème géométrique : le plus petit triangle isocèle rectangle dont les côtés ont des longueurs entières est d’hypoténuse *p* (triangle ABC de la figure).



UN EXEMPLE : IRRATIONALITÉ DE $\sqrt{2}$

Démonstrations possibles

En repliant le côté [BC] sur la diagonale [AC], B coïncide avec F. Alors le triangle AFE est isocèle et rectangle, de dimensions inférieures à celles de ABC.



Son petit côté a pour longueur $p - q$, qui est entier.

Comme BE = EF = $p - q$, son hypoténuse a pour longueur $2q - p$, entier également. Contradiction.

UN EXEMPLE : IRRATIONALITÉ DE $\sqrt{2}$

Possibilités de différenciation

- Élèves en grande difficulté : s'approprier le raisonnement par l'absurde et se contenter du plan ; ou bien : se contenter de la preuve sur un exemple générique.
- Proposer une des trois preuves, au choix, en donnant l'idée. Ou bien : choisir un parmi les 3 niveaux de détail.
- Prolongement pour les élèves les plus agiles : obtenir des encadrements rationnels de $\sqrt{2}$ de plus en plus fins, par exemple en exploitant l'égalité $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

Synthèse: la démonstration

RAISONNEMENT ET DÉMONSTRATION AU COLLÈGE (PRÉAMBULE DU PROGRAMME DU CYCLE 4, BO N° 30 DU 26/07/2018) SECONDE : DANS LA CONTINUITÉ DU COLLÈGE

- La formation au **raisonnement** et l'initiation à la **démonstration** sont des objectifs essentiels du cycle 4. Le **raisonnement**, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées […].
- Le programme du cycle 4 permet d'initier l'élève à différents types de **raisonnement**, le raisonnement déductif, mais aussi le raisonnement par disjonction de cas ou par l'absurde.
- La **démonstration**, forme d'argumentation propre aux mathématiques, vient compléter celles développées dans d'autres disciplines et contribue fortement à la formation de la personne et du citoyen[…].
- L'apprentissage de la **démonstration** doit se faire de manière progressive, à travers la pratique (individuelle, collective, ou par groupes), mais aussi par l'exemple […].
- […] selon des modalités variées : certaines **démonstrations** peuvent être élaborées et mises au point par les élèves eux-mêmes (de manière individuelle ou collective), sous la conduite plus ou moins forte du professeur ; d'autres, inaccessibles à la recherche des élèves, tireront leur profit des explications et des commentaires apportés par le professeur[…].
- Enfin, il vaut mieux déclarer « admise » une propriété non démontrée dans le cours (qui pourra d'ailleurs l'être ultérieurement), plutôt que de la présenter comme une « règle » […].
- En complément […] de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la **démonstration**, il est important de ménager une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve et de ne pas avoir trop d'exigences concernant le formalisme.

INTÉRÊTS

- intérêt sociétal du raisonnement : développer l’esprit critique, former le futur citoyen à comprendre et analyser l’information.
- intérêt scientifique de la preuve mathématique :
  - accès au raisonnement logique et à l’abstraction.
  - structurer le cours de mathématiques : statut des contenus du cours (définition, propriété, exemple, remarque, preuve, caractérisation).
  - construire un concept mathématique.
  - comprendre de manière fine les concepts mathématiques manipulés
  - donner des exemples de raisonnement (par l'absurde etc.)
  - donner des méthodes (pour prouver une unicité etc.)
  - développer les différentes compétences

LE DÉFI : S’ADAPTER À LA DIVERSITÉ DU PUBLIC ET À LA DIVERSITÉ DES OBJECTIFS DE FORMATION.

En seconde

- Poursuivre la formation du futur citoyen.
- Alimenter ceux voulant faire des études scientifiques.
- Inciter un public large à choisir aussi la spécialité mathématiques en première, en cohérence avec le projet d’orientation.

En première

- Poursuivre la formation en mathématiques.
- Préparer des poursuites d’études différentes.
- Préparer une épreuve de baccalauréat pour certains.

OBJECTIFS POUR LES PROFESSEURS

- « Construire le citoyen » et former les futurs scientifiques sans décourager les autres. Impulser des pratiques de mise en mots, de verbalisation.

- Réfléchir aux raisons d'être des démonstrations du programme, non pas comme une fin en soi mais en lien avec des objectifs plus généraux de formation.

- Dépasser certaines représentations de la démonstration comme activité réservée à une élite.

- Connaître et mettre en œuvre des formes de différenciation sur le raisonnement et la démonstration.

DES PISTES DE MISE EN OEUVRE

- Motiver la nécessité de prouver, de démontrer.
- Expliciter le contrat de la démonstration.
- S’appuyer sur l’expérimentation, la verbalisation.
- Proposer des scénarii variés prenant en compte la diversité des élèves et les adapter à ceux ne maîtrisant pas les outils antérieurement étudiés tels l’usage du calcul littéral.

COMMENT MOTIVER LA NÉCESSITÉ DE DÉMONTRER EN MATHÉMATIQUES ?

- Préparer le terrain par une imprégnation en amont des questions nécessitant une preuve.
- Privilégier les énoncés ouverts avant d’institutionnaliser.
- Susciter le débat (puis le dépasser).
- Éviter d’encombrer de nouvelles démonstrations assez longues par d’autres antérieurement étudiées, que l’on peut alors considérer comme « évidentes ».

COMMENT MOTIVER LA NÉCESSITÉ DE DÉMONTRER EN MATHÉMATIQUES ?

- Trouver une accroche en posant un problème que les élèves ne savent pas résoudre avec les outils connus.
- Proposer régulièrement des « trompe-l’œil » pour motiver la nécessité de démontrer.

Gérer l’hétérogénéité

- Proposer plusieurs démonstrations – lorsque que cela est possible – de difficulté inégale de la même propriété ou en mobilisant des outils plus ou moins experts.
- Exploiter les différentes registres (géométrique, algébrique,…)
- Proposer des démonstrations sur un exemple générique
    - *Exemples*
        - Comparaison de $\sqrt{2}$ et du nombre rationnel $\frac{17}{12}$;
        - Équation de droites particulières vs méthode générale;
        - Al Kashi avec un triangle dont les éléments métriques sont particuliers.

DIFFÉRENCIER

- Donner les démonstrations en plusieurs niveaux de détail
  - niveau 1 : seulement le plan et les idées générales
  - niveau 2 : démontrer chaque étape du plan (avec un partage différencié suivi d'une mise en commun) ;
  - niveau 3 : démonstration globale, qui peut résulter de l'étape 2 ou être demandée aux élèves les plus agiles, mais toujours en évitant une longueur excessive.
- Aux élèves en grande difficulté, ne donner que le plan de la démonstration.
- Faire préparer et présenter par un groupe d'élèves des démonstrations au groupe classe, sous forme d'exposés.

TEMPS 4
L’histoire des mathématiques.

1. Proposer une articulation de ces situations avec une progression donnée.
2. Dégager les intérêts de ces situations quant aux notions abordées

Repenser les branches des mathématiques dans les programmes

- Rapport Villani-Torossian

[…] Tout d’abord, **l’épistémologie et l’histoire de la construction des notions mathématiques, qui apportent une réelle richesse didactique, sont peu enseignées en formation initiale.** Par exemple vers 1620, Fermat propose une méthode originale pour trouver le maximum de l’aire d’un rectangle connaissant son périmètre : on a les prémices du calcul infinitésimal. **Débattre de la méthode de Fermat**, qui troubla ses contemporains, peut constituer une approche intéressante du nombre dérivé, enseigné aujourd’hui dans les classes de lycée. […] En tirant parti de l’histoire des mathématiques, les professeurs inscrivent leur enseignement dans **l’évolution de la pensée.** De plus, les élèves sont souvent sensibles à la « légende des mathématiques ». La narration peut jouer ici un rôle motivant. D’autre part, les leçons épistémologiques qui se dégagent de l’histoire **(rôle des problèmes, enchevêtrement des concepts et des techniques, nécessité de l’abstraction)** sont évidemment de nature à contribuer à la formation, notamment en permettant de dépasser un utilitarisme à courte vue.

Programme de mathématiques de seconde générale et technologique

- Il peut être judicieux d’éclairer le cours par des éléments de contextualisation d’ordre historique, épistémologique ou culturel.

- L’histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions.

- Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur peut s’appuyer sur l’étude de documents historiques.

Exemple d’item « Histoire des mathématiques » partie Statistiques et probabilités, programme de seconde

*Histoire des mathématiques :*L’histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. Un exemple est le problème des partis, dit aussi du chevalier de Méré, l’échange de lettres entre Pascal et Fermat sur ce point puis les travaux de Pascal, Fermat et Huygensqui en découlent. Le problème du duc de Toscane ou les travaux de Leibniz sur le jeu de dés peuvent aussi être évoqués.

Pourquoi introduire une perspective historique ? (PNF)

- Pour l'élève : Comprendre la genèse le développement de nouveaux concepts, outils, disciplines mathématiques

- Pour l'enseignant:
  - *Aider à la conception d'une « nouvelle » stratégie didactique de l'enseignant (relation avec les obstacles épistémologiques)*

  - *Construire des supports variés de cours :*
  - *Réfléchir à l'introduction d'un nouveau concept mathématique*
  - *Création d'exercices ou problèmes originaux*
  - *Lecture et étude de textes anciens*

Statut de l'erreur (PNF)

- Il s'agit […] pour les chercheurs de :
  - *Trouver ces erreurs récurrentes, montrer qu'elles se regroupent autour de conceptions,*
  - *Trouver des obstacles dans l'histoire des mathématiques,*
  - *Confronter les obstacles historiques aux obstacles d'apprentissage et établir leur caractère épistémologique.*

- Brousseau G. « Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques ».

Les sources originales

- Intérêts multiple à travailler sur des textes originaux. En particulier,
  - *Cela permet de resituer les fondements scientifiques d'une découverte en l'inscrivant dans son contexte scientifique, terminologique et social.*
  - *Les textes originaux témoignent des obstacles, des lenteurs, mais aussi des idées fondamentales ou des grandes intuitions fondatrices des découvertes scientifiques et techniques*

Comment introduire une perspective historique ? (PNF)

- *L'approche anecdotique*
  - *Introduction de faits isolés, capsules historiques ou anecdotes particulières.*

- *L'approche par modules d'apprentissages*
  - *Situations problèmes ou séquences d'enseignement, s'étendant plus ou moins dans la durée, basées sur l'histoire autour d'un sujet mathématique précis.*
  - *Il s'agit d'opportunités précises dans l'histoire qui sont étayées mathématiquement et didactiquement et qui peuvent inclure l'utilisation de sources primaires ou secondaires, la lecture de textes historiques, l'élaboration de projets recherches, etc.*
  -

- *L'approche historique intégrée*
  - *Elle s'inspire ou se base sur les développements historiques de l'objet mathématique étudié pour l'élaboration d'une séquence complète d'enseignement.*
  - *De façon directe ou indirecte, l'histoire se retrouve dans la classe de mathématiques au travers des stratégies adoptées par l'enseignant, de son attitude face à la présentation des sujets d'études, des questions soulevées à partir du contexte historique ou de l'enchaînement des concepts abordés.*

Enjeux de l’introduction des éléments d’histoire (PNF)

- Enjeux citoyen : développer la capacité d’argumentation, de raisonnement et d’appropriation des connaissances ; faire travailler une population hétérogène avec des contrats didactiques différents dans un même groupe classe.
- L’entrée historique est proposée comme une modalité vers ces buts.
  - *Travail de verbalisation puis d’institutionalisation et d’abstraction*
  - *Il ne s’agit pas de « faire de l’Histoire » mais plutôt de prendre appui sur l’Histoire.*
- C’est une occasion de changer le regard, de souligner le sens du formalisme, la déraisonnable efficacité du formalisme.
  C’est une occasion de varier les registres.
  C’est une organisation de débattre, de se tromper sereinement, d’argumenter.
  C’est une occasion de permettre à l’élève (et à l’enseignant) de voir un fil directeur au chapitre.
- C’est un outil potentiel de différentiation. C’est un temps inclusif (comme les automatismes)
- La confrontation aux textes et problématiques historiques s’avère proposer aussi une entrée féconde en formation continue.