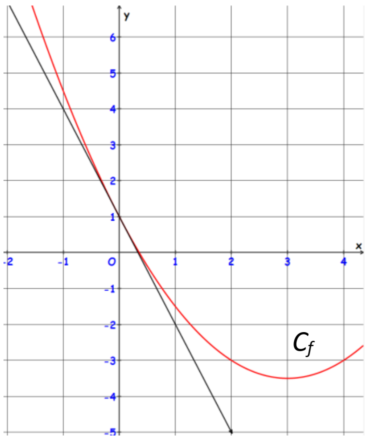
Situation 1

Isaac Newton (1624 – 1727) a proposé le postulat appelé « loi de refroidissement de Newton » suivant : le taux de variation de la température d'un objet est proportionnel à la différence entre sa température et la température du milieu environnant.

Traduire avec le vocabulaire mathématique du $21^{\text{ième}}$ siècle cette loi. Connaissez-vous d'autres situations qui répondent au même modèle ?

Situation 2

- Q.1 : Pour x non nul, Simplifier au maximum : $\frac{x^2+5x}{x}$
- Q.2 : Déterminer $f'(0)$:



- Q.3 : Soit f une fonction définie sur l'intervalle [1 ; 5] tel que :

$f(1) = 7$ et $f(5) = 12$

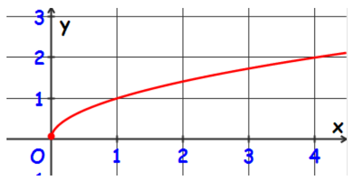
Déterminer le taux d'accroissement moyen de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 5]

- Q.4 : Déterminer une fonction f définie sur P tel que $f'(x) = 2$

- Q.5 : Un mobile est animé d'une vitesse constante de 6 m/s.

Quelle est la distance parcourue par le mobile en 1s, 0,1 s, …..

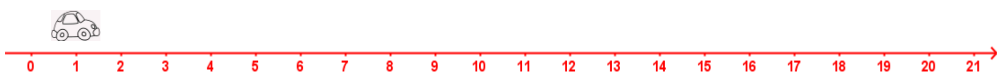
- Q.6 : Sans calculatrice, déterminer une approximation (au millième près) de $\sqrt{4,1}$:



- Q.7 : Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2,71\, u_n$. Exprimer u_n en fonction de n

Situation 3

On considère une voiture qui se déplace sur une droite graduée (graduée en mètre) au fil du temps (exprimé en seconde) :



- On note $d(t)$ la position de la voiture sur la droite graduée à l'instant t (en seconde)
- Au départ, à l'instant $t = 0$ s, la voiture est au point d'abscisse 1 m. On note $d(0) = 1$.
- A chaque instant, la vitesse de la voiture (exprimée en m/s) est égale à l'abscisse de sa position.

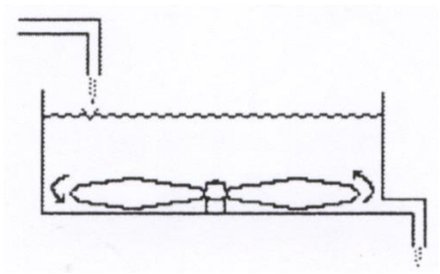
Par exemple, à l'instant $t = 0$ s, on sait que la voiture est au point d'abscisse 1 m donc sa vitesse est de 1 m/s.

Question : Déterminer une expression (approximative) qui permet de calculer la distance parcourue par la voiture en fonction du temps.

Situation inspirée de la vidéo M. LAUNAY
Merveilleux logarithmes (10'50'')
https://www.youtube.com/watch?v=rWfl7Pw8YVE

Situation 4

Un bassin contient un volume V égal à 100 litres d'eau, dans lesquels sont dissous 10 kg de sel. Une arrivée d'eau pure, avec un débit de d = 10 litres/mn, démarre à l'instant 0. En même temps que l'arrivée d'eau pure, une évacuation du mélange contenu dans le bassin est assurée avec un débit de d = 10 litres/mn.
L'homogénéisation du contenu du bassin est assurée de façon permanente et instantanée par un mélangeur. Au bout d'une heure, quelle quantité de sel reste-t-il dans le bassin ?

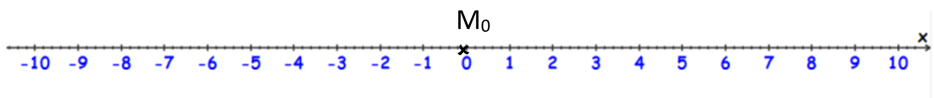


Situation 5

Un mobile M se déplace sur une droite munie d'un repère (O ; I).
A chaque instant $t \geq 0$ exprimé en seconde, on repère sa position par son abscisse $x(t)$ exprimé en mètre par :

$$x(t) = t^2 - 6t$$

1) a) Justifier la position de départ du point M, noté M_0.



b) Placer les points M_1 à M_7

2) a) Déterminer la vitesse instantanée du mobile à l'instant t = 0s.

b) Déterminer la vitesse instantanée du mobile à l'instant t = 3 s

c) Déterminer la vitesse instantanée du mobile à l'instant t = 5 s

Produit scalaire

Situation 1

Soient A, B et C trois points distincts deux à deux d'un plan muni d'un repère orthonormé.
D'après le théorème de Pythagore, si un triangle ABC est rectangle en A alors :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$

On note d le nombre définit par :

$$d = AB^2 + AC^2 - BC^2$$

L'objectif de l'activité est de déterminer des propriétés concernant ce nombre d quel que soit la nature du triangle ABC.

1) a) Dans le cas où ABC est rectangle en A que vaut d ?
b) Que peut-on dire du triangle ABC si d vaut 0 ?
c) Que peut-on dire du triangle ABC si d est différent de 0 ?
d) Vrai ou faux : « Si d est différent de 0 alors le triangle ABC n'est pas rectangle »

2) On considère un triangle ABC. Pour chaque cas proposé ci-dessous, calculer la valeur de d.

a) AB = 3, AC = 5 et BC = 7

b) AB = 4, AC = 2 et $\widehat{BAC} = 45°$

c) AB = 4, AC = 2 et $\widehat{BAC} = 135°$

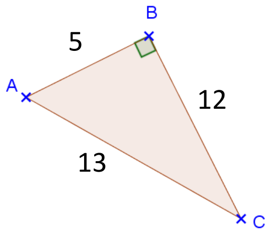
d) A (2 ; 3), B (5 ; 7) et C(-1 ; 2)

e) $\overrightarrow{AB}(3\,;4)$ et $\overrightarrow{AC}(-1\,;1)$

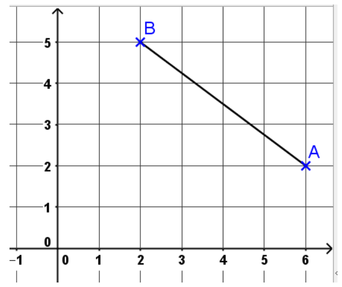
f) $\overrightarrow{AB}(x\,;y)$ et $\overrightarrow{AC}(x'\,;y')$

Situation 2

- Q.1 : Déterminer $\cos(\widehat{BAC})$



- Q.2 : Déterminer la distance AB



- Q.3: Dans un repère orthonormé, on considère les points A (1 ; 4) et B (3 ; 7). Déterminer la distance AB

- Q.4 : Dans un repère du plan, on considère les points A (-2 ; 5) et B (7 ; 1). Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- Q.5 : Dans un repère orthonormé, on considère le vecteur $\overrightarrow{AB}\,(3\,;4)$. Déterminer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- Q.6 : Dans un repère du plan, on considère le vecteur $\overrightarrow{AB}\,(-4\,;7)$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$

- Q.7 : Dans un repère du plan, on considère le vecteur $\overrightarrow{AB}\,(1\,;-3)$ et $\overrightarrow{AC}\,(-6\ \ 1)$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$

Situation 3

L'objectif de cette activité est de trouver une autre expression du produit scalaire de deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

Soient A, B et C trois points distincts deux à deux d'un plan muni d'un repère orthonormé.

1) Quelles informations doit-on connaitre sur le triangle ABC pour calculer le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$? et comment l'obtient-on ?

2) a) On considère un triangle ABC tel que : AB = 4, AC = 2 et l'angle $\widehat{BAC}$ fixé.
A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, représenter le triangle ABC et faire varier l'angle $\widehat{BAC}$. Conjecturer une relation entre le produit scalaire des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et l'angle $\widehat{BAC}$.

b) On considère un triangle ABC tel que : AB = 4, $\widehat{BAC}$ = 60° et AC fixé
Représenter le triangle ABC et faire varier la longueur AC. Conjecturer une relation entre le produit scalaire des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et la longueur AC.

c) Conjecturer une expression du produit scalaire en fonction de AB, AC et l'angle $\widehat{BAC}$

3) a) On considère trois points du plan A, B et C distincts deux à deux. On note α une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$
Exprimer $AB^2 + AC^2 - BC^2$ en fonction de AB, AC et α

b) En déduire le produit scalaire des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

4) a) Donner un nouveau théorème de « Pythagore » qui puisse s'appliquer à tout type de triangle ABC.b) Application :

On considère un triangle ABC tel que AB = 3, AC = 4 et $\widehat{BAC}$ = 30°. Calculer BC.