

Lieu des sommets d'une famille de paraboles

Énoncé

Partie A

On considère les paraboles P_b représentatives des fonctions f_b définies par $f_b(x) = \frac{1}{2}x^2 + bx - 1$.

On s'intéresse au lieu géométrique des points S_b , sommets de ces paraboles, lorsque b décrit \mathbf{R} .

1) À l'aide du logiciel de géométrie dynamique géoplan, après avoir créé une variable numérique réelle b , construire la parabole P_b ainsi que son sommet S_b .

2) Quelle conjecture peut-on faire sur le lieu des sommets S_b lorsque b décrit \mathbf{R} . Définir de façon précise ce lieu.

Appeler le professeur pour vérification et validation de la conjecture.

Partie B

On considère les paraboles P_a représentatives des fonctions f_a définies par $f_a(x) = ax^2 + x - 1$.

On s'intéresse au lieu géométrique des points S_a , sommets de ces paraboles lorsque a décrit \mathbf{R} .

En utilisant une méthode similaire à celle de la partie A, conjecturer le lieu des sommets S_a lorsque a décrit \mathbf{R} .

Appeler le professeur pour vérification et validation de la conjecture.

Partie C

Démontrer les conjectures des parties A et B.