Séminaire inter-académique LYON (12-13 décembre 2007)

Expérimentation en mathématiques, épreuve pratique de mathématiques : formation des élèves

(atelier animé par l'académie de Besançon)

Le **fil conducteur** de cet atelier est la *formation des élèves*, donc en partie **l'acquisition des concepts mathématiques**.

La réflexion s'organise autour de trois axes :

- les objectifs de formation,

- la plus-value des TICE pour les atteindre,

- l'exploitation pédagogique en classe d'activités, les modalités de mise en oeuvre.

Les sujets support de la réflexion sont les sujets 12, 47, 3, 5, 1 et 11 de la banque « épreuve pratique 2007 » ainsi que deux sujets écrits par des professeurs de l'académie de Besançon pour leurs élèves de *première S* et testés dans leurs classes (voir annexes 1 et 2).

① Les objectifs de formation :

Sans les cloisonner, on peut les articuler autour de deux pôles :

- ✓ les objectifs de formation disciplinaire :
    - acquérir des concepts, des notions mathématiques,
    - consolider des notions mathématiques,
    - mettre en place des raisonnements,
    - savoir mettre en œuvre des outils mathématiques de façon autonome et décontextualisée, savoir réinvestir des outils,
    - anticiper sur une notion que l'on va introduire,
    - montrer la nécessiter de démontrer.
- ✓ les objectifs d'une formation scientifique au sens large :
    - induire un questionnement sur l'observation,
    - savoir mettre en place des procédures de contrôle,
    - s'initier à la recherche scientifique.

② La plus-value des TICE comme moyen pour atteindre les objectifs de formation :

Les TICE favorisent :

- ✓ l'émergence d'images mentales,
- ✓ les changements de cadre pour l'étude d'une notion,
- ✓ un questionnement plus large (on peut modifier les paramètres, simuler un grand nombre de fois une expérience …),
- ✓ l'appropriation des situations étudiées par leur aspect dynamique et au-delà une modélisation de ces situations.

③ Exploitation pédagogique en classe d'activités pour atteindre les objectifs de formation et incluant l'usage des TICE :

- ✓ Quel contexte pédagogique ?

- ✓ Quel scénario pédagogique ?

Les TICE ne doivent pas être un préalable. L'élève doit être confronté à un problème mathématique hors du contexte TICE. L'intérêt de leur utilisation doit alors émerger.

- ✓ Quelle place dans la progression ? (découverte d'une notion, réactivation, réinvestissement, articulation entre différentes notions…).

- ✓ À quel niveau traiter l'activité ? (de la seconde à la terminale)

Bilan des deux sessions de l'atelier : points forts et questions

<u>Mercredi 12 décembre 2007</u>

Idées fortes :

- être conscient des différences entre les situations de **formation** et d'**évaluation**,
- favoriser la prise d'initiative des élèves en cadrant moins leur recherche dans les séances de formation,
- rendre autonomes les élèves par un travail à long terme *dès la classe de seconde*.

Questions :

- dans quelle mesure faut-il maîtriser les aspects techniques des logiciels ?
- quelle attitude avoir face à un blocage lors des séances d'évaluation (quel questionnement avoir pour que l'élève s'en empare et progresse) ?
- comment ne pas faire perdre de vue la différence entre *conjecture* et *preuve* ?
- comment aider les collègues à aborder ces nouvelles pratiques ?

<u>Jeudi 13 décembre 2007</u>

Idées fortes :

- il importe de « faire les choses <u>devant</u> les élèves » pour qu'ils s'approprient les outils,
- toute séance en salle informatique doit se terminer par une synthèse,
- les activités permettent de faire vivre des notions déjà étudiées :
    - faire vivre en terminale le 2nd degré étudié en 1ère : sujet 1 banque 2007 (expression du terme de rang n d'une suite récurrente), mais aussi sujets annexe 2 pour réactiver à un autre moment de l'année le second degré étudié en début d'année…
    - faire vivre la géométrie du collège en 2nde : sujet 47 banque 2007 (partage d'un triangle) et prolongements…
- il importe de montrer aux élèves des conjectures fausses pour que les TICE n'acquièrent pas un statut de vérité avec un grand V,
- il importe d'intégrer les activités TICE dans les progressions et de ne pas les juxtaposer aux progressions.

Questions :

- quelles connaissances TICE attendons-nous des élèves ? Faut-il instaurer un socle de compétences TICE ?
- ne faut-il pas traiter un même problème à différents niveaux, en mobilisant des connaissances différentes ?
- peut-on proposer des sujets qui ouvrent à de vraies questions sur une situation donnée, sans se limiter à un cadrage d'une heure ou au strict programme (par exemple en introduisant des paramètres) ?

Annexe 1

Lieu des sommets d'une famille de paraboles

Énoncé

Partie A

On considère les paraboles P_b représentatives des fonctions f_b définies par $f_b(x) = \frac{1}{2}x^2 + bx - 1$.

On s'intéresse au lieu géométrique des points S_b, sommets de ces paraboles, lorsque b décrit **R**.

1) À l'aide du logiciel de géométrie dynamique géoplan, après avoir créé une variable numérique réelle b, construire la parabole P_b ainsi que son sommet S_b.

2) Quelle conjecture peut-on faire sur le lieu des sommets S_b lorsque b décrit **R**. Définir de façon précise ce lieu.

Appeler le professeur pour vérification et validation de la conjecture.

Partie B

On considère les paraboles P_a représentatives des fonctions f_a définies par $f_a(x) = ax^2 + x - 1$.
On s'intéresse au lieu géométrique des points S_a, sommets de ces paraboles lorsque a décrit **R**.

En utilisant une méthode similaire à celle de la partie A, conjecturer le lieu des sommets S_a lorsque a décrit **R**.

Appeler le professeur pour vérification et validation de la conjecture.

Partie C

Démontrer les conjectures des parties A et B.

1°S_2	réfléchir avec l'ordinateur…. Courbes de Bézier.

Introduction :

« L'industrie crée des objets dont il faut définir la forme, plane ou dans l'espace : automobiles, avions, électroménager…

Jusqu'à il y a une trentaine d'années, on créait des maquettes, à une échelle donnée de l'objet. Les modifications apportées obligeaient alors à en créer plusieurs, ce qui entraînait des problèmes de coût et de durée. Et l'informatique arriva… et fit appel aux mathématiques !

C'est dans les bureaux d'études de constructeurs automobiles ou aéronautiques que furent inventés les modèles mathématiques capables de favoriser la création et la modification des formes. »

Nous allons étudier, dans ce TP, un modèle créé vers 1962 par Pierre Bézier, ingénieur chez Renault.
Ce type de modèle est à la base de la Conception Assistée par Ordinateur (CAO).
L'enjeu est de pouvoir créer des courbes répondant à certaines contraintes de façon simple et algorithmique.

Énoncé :

A, B et C sont trois points du plan. t est un réel de l'intervalle [0 ; 1].
G est le barycentre de $\{(A , 1-t) ; (B , t)\}$.
H est le barycentre de $\{(B , 1-t) ; (C , t)\}$.
M est le barycentre de $\{(G , 1-t) ; (H , t)\}$.
Le but de l'exercice est de déterminer le lieu des points M lorsque le réel t décrit l'intervalle [0 ; 1].

Partie A : visualisation du cas général à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

a) Construire les points A, B, C, G, H et M.
Visualiser l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M lorsque t décrit l'intervalle [0 ; 1].

Appeler le professeur pour vérification

b) Afficher le repère (O ; ;) de Géoplan. Quelle est la nature de l'ensemble $\mathscr{C}$? Est-ce toujours la courbe représentative d'une fonction dans le repère précédent ?
Indication *:* on pourra créer un lieu de points.

c) Tracer les droites (AB) et (BC). Quelle conjecture pouvez-vous faire sur ces droites par rapport à l'ensemble $\mathscr{C}$?

Appeler le professeur pour valider la conjecture

Remarque *:* les points A, B et C sont appelés « points de contrôle » de la courbe $\mathscr{C}$.

Partie B : étude d'un cas particulier.

1) Faire afficher le repère. Dans ce repère, A(–1 ; – 4) ; B(2 ; 5) et C(5 ;– 4).
   a) Visualiser alors l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M.
   b) Conjecturer une équation de la courbe Γ dont $\mathscr{C}$ est une partie.

Appeler le professeur pour valider la conjecture

2) **Justification mathématique** :
   a) Déterminer les coordonnées de G, de H et de M en fonction de t.
   b) Démontrer alors que le point M appartient à la courbe Γ dont l'équation a été conjecturée en B 1) b).
   c) Démontrer la conjecture faite en partie A c).

Production attendue :

- Obtention à l'écran de la figure demandée à la question Partie A b).
- Réponses écrites aux questions Partie A c) et Partie B 1 b).
- Réponses écrites aux questions du 2) de la partie B.