

Introduction :

« L'industrie crée des objets dont il faut définir la forme, plane ou dans l'espace : automobiles, avions, électroménager...

Jusqu'à il y a une trentaine d'années, on créait des maquettes, à une échelle donnée de l'objet. Les modifications apportées obligeaient alors à en créer plusieurs, ce qui entraînait des problèmes de coût et de durée. Et l'informatique arriva... et fit appel aux mathématiques !

C'est dans les bureaux d'études de constructeurs automobiles ou aéronautiques que furent inventés les modèles mathématiques capables de favoriser la création et la modification des formes. »

Nous allons étudier, dans ce TP, un modèle créé vers 1962 par Pierre Bézier, ingénieur chez Renault.

Ce type de modèle est à la base de la Conception Assistée par Ordinateur (CAO).

L'enjeu est de pouvoir créer des courbes répondant à certaines contraintes de façon simple et algorithmique.

Énoncé :

A, B et C sont trois points du plan. t est un réel de l'intervalle $[0 ; 1]$.

G est le barycentre de $\{(A, 1 - t) ; (B, t)\}$.

H est le barycentre de $\{(B, 1 - t) ; (C, t)\}$.

M est le barycentre de $\{(G, 1 - t) ; (H, t)\}$.

Le but de l'exercice est de déterminer le lieu des points M lorsque le réel t décrit l'intervalle $[0 ; 1]$.

Partie A : visualisation du cas général à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

- a) Construire les points A, B, C, G, H et M.

Visualiser l'ensemble \mathcal{C} des points M lorsque t décrit l'intervalle $[0 ; 1]$.

Appeler le professeur pour vérification

- b) Afficher le repère $(O ; ;)$ de Géoplan. Quelle est la nature de l'ensemble \mathcal{C} ? Est-ce toujours la courbe représentative d'une fonction dans le repère précédent ?

Indication : on pourra créer un lieu de points.

- c) Tracer les droites (AB) et (BC). Quelle conjecture pouvez-vous faire sur ces droites par rapport à l'ensemble \mathcal{C} ?

Appeler le professeur pour valider la conjecture

Remarque : les points A, B et C sont appelés « points de contrôle » de la courbe \mathcal{C} .

Partie B : étude d'un cas particulier.

- 1) Faire afficher le repère. Dans ce repère, $A(-1 ; -4)$; $B(2 ; 5)$ et $C(5 ; -4)$.

- a) Visualiser alors l'ensemble \mathcal{C} des points M.

- b) Conjecturer une équation de la courbe Γ dont \mathcal{C} est une partie.

Appeler le professeur pour valider la conjecture

- 2) **Justification mathématique :**

- a) Déterminer les coordonnées de G, de H et de M en fonction de t .

- b) Démontrer alors que le point M appartient à la courbe Γ dont l'équation a été conjecturée en B 1) b).

- c) Démontrer la conjecture faite en partie A c).

Production attendue :

- Obtention à l'écran de la figure demandée à la question Partie A b).
- Réponses écrites aux questions Partie A c) et Partie B 1) b).
- Réponses écrites aux questions du 2) de la partie B.