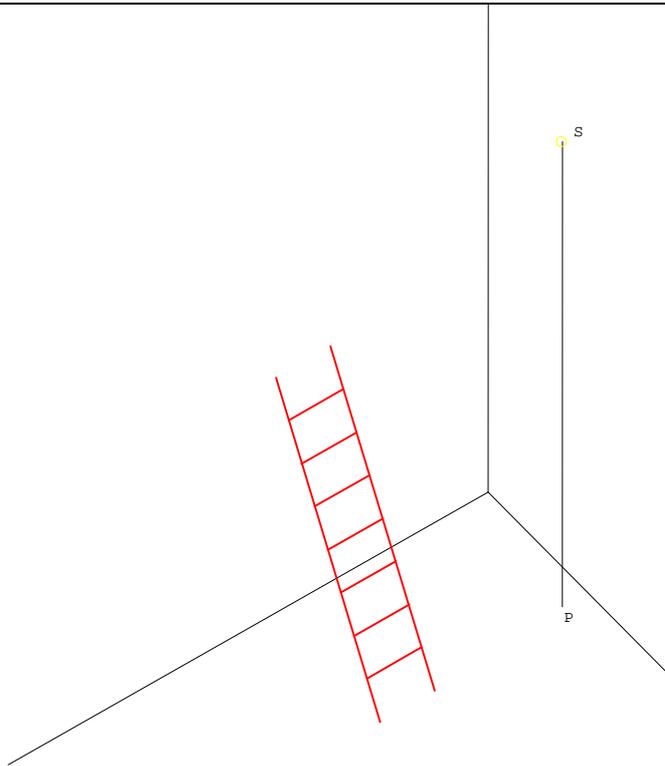


OMBRE D'UNE ÉCHELLE



I – L'idée de base.

Il s'agit de déterminer l'ombre de l'échelle sur deux plans : celui du mur et celui du sol, sur une figure qui est elle-même une représentation en perspective cavalière de la réalité.

On commence par dessiner l'ombre de l'échelle sur le sol puisque l'ombre d'un objet sur le sol a déjà été rencontrée.

En effet, le programme précise qu'une étude préliminaire de l'ombre au flambeau doit être conduite et le document d'accompagnement (p.21) donne une mise en œuvre pratique de cette étude en proposant de déterminer l'ombre d'un cube posé sur le sol à l'aide d'un cube squelette, de fils et de punaises.

On détermine ainsi matériellement A' , qui est l'ombre de A , comme l'intersection de la droite (SA) avec le plan du sol, qui est l'ombre du sommet A . On vérifie ensuite que O , B et A' sont alignés.

On prouve ensuite cette conjecture à l'aide des règles d'incidence vues en seconde :

(OS) et (AB) sont parallèles et donc coplanaires.

Donc (SA) et (OB) sont coplanaires, et non parallèles (la source lumineuse est plus haute que le cube).

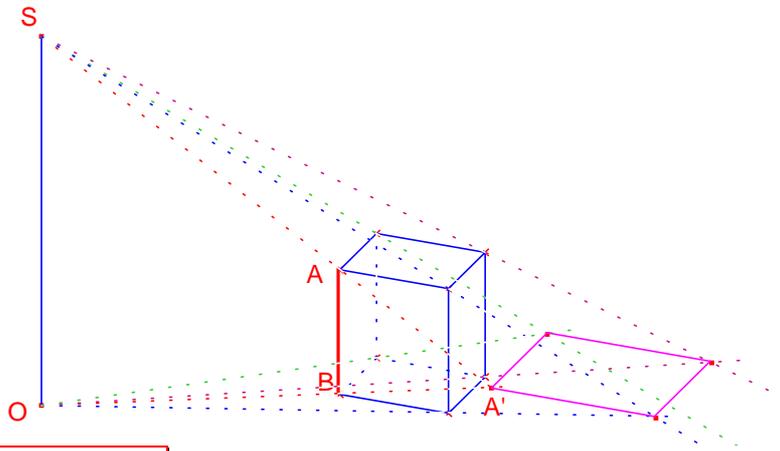
Elles sont donc sécantes en un point A' qui appartient à (OB) qui est contenue dans le plan du sol.

Donc A' est le point d'intersection du plan du sol et de la droite (SA) .

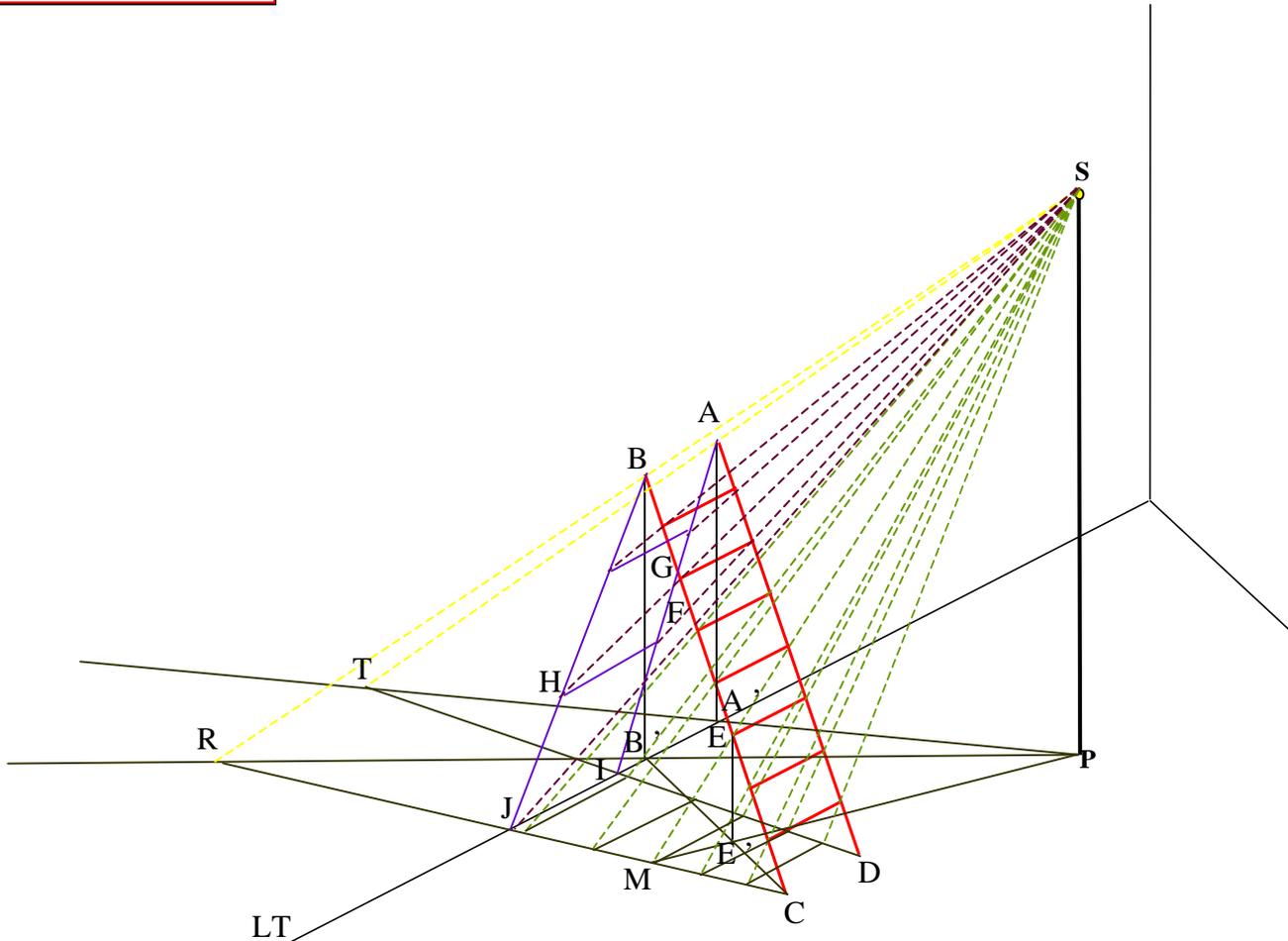
Par définition de la perspective centrale (voir programme), A' est l'image du point A dans la perspective centrale de point de vue S et de plan de tableau le plan du sol.

On constate que l'ombre de l'arête $[AB]$ est ce segment $[A'B]$. Plus généralement, on admettra que la perspective centrale conserve l'alignement (attention l'image d'une droite non parallèle au plan du tableau n'est pas une droite "complète", et d'ailleurs, un des points n'a pas d'image), et que l'image d'un segment est un segment (p.13/14 doc accompagnement).

En conclusion, il est relativement aisé d'obtenir, l'ombre d'un piquet vertical, autrement dit l'image d'un segment orthogonal au plan du tableau dont une extrémité appartient à ce plan. : c'est cette technique que nous allons utiliser pour le dessin de l'ombre de l'échelle.



II – Ombre de l'échelle sur le sol.



Etape 1 : Ombre des bords de l'échelle sur le sol.

On considère la **perspective centrale de point de vue S et de plan du tableau le plan du sol** (ou projection conique de centre S sur le plan du sol).

a) On cherche à déterminer les images des points A et B.

Idée clef : la définition de la perspective centrale

☞ D'après la définition, il s'agit de déterminer les points d'intersection du plan du sol et des droites (SA) et (SB).

☞ D'après l'étude préliminaire, on sait déterminer l'image d'un segment orthogonal au plan du sol et dont une extrémité appartient à ce plan, d'où l'idée de construire les images des segments [AA'] et [BB'], où A' et B' sont respectivement les projetés orthogonaux des points A et B sur le sol; A' et B' sont deux points de la ligne de sol.

b) Déterminons les images des segments [AD] et [BC].

Idée clef : conservation de l'alignement et par conséquent, l'image d'un segment (qui ne coupe pas le plan neutre) est un segment d'extrémités les images des extrémités.

(AA') et (SP) sont parallèles (car orthogonales au plan du sol), donc coplanaires.

A, A', S et P sont donc coplanaires.

Dans le cas envisagé ici, (AS) et (A'P) ne sont pas parallèles : elles sont donc sécantes en un point T, qui appartient au plan du sol qui contient (PA'), et à (SA). T est donc l'image de A.

D est sa propre image et l'image d'un segment est un segment dans une perspective centrale, donc l'image de [AD] est le segment [DT].

De la même façon, l'image de B est le point R, intersection des droites (SB) et (PB'), et l'image de C est lui-même.

Donc l'image du segment [CB] est le segment [CR].

Etape 2 : Ombres des barreaux sur le sol.

La méthode de construction de l'ombre des barreaux sur le sol étant la même pour tous les barreaux, on la met en place pour un barreau particulier, par exemple le troisième.

On construit d'abord le segment [EE'], où E' est le projeté orthogonal de E sur le sol :

On trace la parallèle à (BB') passant par E, qui est incluse dans le plan (BB'E), qui contient C, donc la droite (CB').

(CB') et cette parallèle sont coplanaires et sécantes en E' : en effet E' appartient à (CB') donc au plan du sol et (EE'), étant parallèle à (BB') qui est orthogonale au plan du sol, est aussi orthogonale au plan du sol.

L'image du segment [EE'] est donc le point d'intersection M des droites (SE) et (PE') (même méthode qu'à l'étape 1).

Vérification (le programme insiste sur ce point) : l'image d'un segment étant un segment, M doit appartenir à l'image de [CB], c'est-à-dire à [CR] : c'est bien le cas.

Pour construire l'image de l'autre extrémité du barreau, on peut alors se contenter de déterminer l'intersection de la droite passant par S et cette extrémité avec le segment [DT] : on utilise encore une fois la définition de la perspective (l'image de l'extrémité est sur un rayon lumineux) et le fait que l'image d'un segment est un segment (l'image de l'extrémité est sur [DT]).

On procède de même pour les autres barreaux tant que l'image du barreau reste dans le demi-plan de frontière la ligne de sol et contenant P : c'est le cas pour les 5 premiers barreaux, en partant du bas.

Vérification : les barreaux étant parallèles, et parallèles au plan de projection, leurs images doivent être parallèles.

Etape 3 : Ombre des bords de l'échelle sur le mur.

On change de perspective centrale : le point de vue est toujours S mais le plan de projection ("plan du tableau") est le mur (il s'agit de la projection conique de centre S sur le plan du mur).

Idée clef : puisque les deux plans de projection contiennent tous deux la ligne de sol, on recherche le barreau imaginaire dont l'ombre est sur cette ligne, puisque, par définition de la perspective, ce barreau a la même image par les deux perspectives.

L'ombre du barreau imaginaire est un segment dont les extrémités appartiennent à la ligne de sol et aux segments [CR] et [DT] (toujours parce que l'image d'un segment est un segment) : c'est le segment [IJ].

I est l'intersection de [DT] et de la ligne de sol. Le mur contenant la ligne de sol, l'image de I est lui-même, de même, l'image de l'intersection J de la ligne de sol et [CR] est J.

S, B, R, J et C sont coplanaires (J ∈ [CR] et R ∈ (SB)). Donc (SJ) et (BC) sont coplanaires et ici non parallèles : ces droites sont sécantes en F, et par définition de la perspective, J est l'image de F.

En outre B est sa propre image, et comme l'image d'un segment est un segment, l'image de [BF] est [BJ].

L'ombre du bord gauche de l'échelle sur le mur est [BJ].

De même, l'ombre du bord droit sur le mur est [AI].

Etape 4 : Ombres des barreaux sur le mur.

Construisons l'ombre du sixième barreau, d'extrémité G sur [BC].

J et G sont dans le plan (SBC).

Donc (SG) et (BJ) sont coplanaires et sécantes ici en un point H.

(BJ) étant incluse dans le plan du mur, H est l'intersection de ce plan et de (SG) : c'est donc l'image de G par définition de la perspective.

On construit ainsi les extrémités des autres barreaux, puis les images des barreaux en se servant du fait que l'image d'un segment est un segment.

Vérification : les barreaux étant parallèles, et parallèles au plan de projection, leurs images doivent être parallèles.

Conclusion :

Dans cet exercice, on utilise :

- ① La **définition de la perspective**, aussi bien pour trouver l'image d'un point qu'un de ses antécédents.
- ② Les **règles d'incidences** vues en seconde :
 - ☞ Si un plan contient deux points distincts, il contient la droite passant ces deux points,
 - ☞ Deux droites parallèles sont coplanaires,
 - ☞ L'intersection d'une droite avec un plan non parallèle à cette droite est un point
- ③ La **propriété de la perspective centrale** : l'image d'un segment est un segment d'extrémités les images des extrémités du segment.

Les points du programmes mis en exergue :

- ① **Utilisation de l'ombre au flambeau** du cube
- ② **Définition** de la perspective centrale
- ③ **Propriété de la perspective centrale** : conservation de l'alignement (et ses conséquences, implicitement admises dans le document d'accompagnement : image d'une droite : Cf doc accompagnement p. 13; image d'un segment : Cf doc accompagnement p.11 et fin page 13 début p.14).
- ④ **Positions relatives des images de deux droites parallèles** : on a les deux cas de figure : les images des barreaux sont parallèles, mais celles des bords de l'échelle sont concourantes. (Cf doc accompagnement p.14 et p. 15).