

1- Les mosaïques de Pierre 5^e - initiation au calcul littéral.

(D'après Educnet et document d'accompagnement)

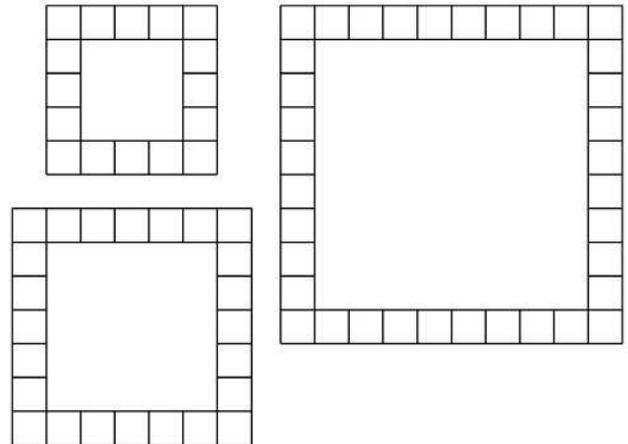
Pierre joue avec des carreaux de mosaïque.

Il dispose ses carreaux pour obtenir des cadres carrés.

En voici trois.

Il se demande, en jouant, s'il peut savoir à l'avance combien de carreaux de mosaïque il lui faut pour fabriquer n'importe quel cadre.

Peux-tu l'aider ?



Prolongements :

- 1°) Calcule le nombre de carreaux d'un carré dont le côté comporte 50 carreaux, puis 138 carreaux.
- 2°) Quel est le nombre de carreaux du côté du carré pour que le nombre de carreaux soit égal à 964 ?
- 3°) Le nombre de carreaux peut-il être égal à 1 242 ?
- 4°) Quel est le plus petit carré pour lequel le nombre de carreaux dépasse 2 000 ?

☞ entrée dans le problème accessible à tous, à partir des trois cadres donnés, puis par le tracé d'autres cadres.

☞ Utilisation naturelle d'une lettre pour simplifier l'écriture.

Exemple de formules conjecturées en classe de 5^{ème} :

$$\begin{array}{llll}
 c \times 4 - 4 ; & (c - 1) \times 4 ; c \times 2 + c \times 2 - 4 & ; & ((c \times 2) - 2) \times 2 ; \\
 c + c + c + c - 4 ; & (c - 1) + (c - 1) + (c - 1) + (c - 1) ; & c \times 8 / 2 - 4 ; (c + c) \times 2 - 4 ; & \\
 c \times 2 + (c - 2) \times 2 ; & c \times c - (c - 2) \times (c - 2) ; & c \times 3 + c - 4 ; & \\
 (c - 2) \times 4 + 4 & \dots & &
 \end{array}$$

☞ Le lien entre les différentes formules proposées peut se faire soit par une justification géométrique (comptage organisé), soit par un travail en calcul littéral et un jeu sur les différentes écritures possibles de la même expression ($c+c+c+c = 2c + 2c = 2 \times 2c = 2 \times (c+c) = 4c = 3c + c \dots$). Les conjectures erronées sont mises en défaut après application de la formule avec l'un des cadres de départ.

☞ Les questions subsidiaires peuvent être données à certains en classe, ou en devoir maison.

☞ Le travail gagne à être poursuivi en salle informatique : le tableur (qui peut être introduit à cette occasion) permet de conforter ici le rôle de la lettre comme 'boîte à nombre'. Il permet de valider ou non immédiatement les formules proposées et peut permettre un traitement rapide des quatre questions subsidiaires.

Prise d'initiative :

- dans la conjecture des formules.
- dans leur validation ou non.

Différenciation :

- du rythme de chacun.
- du niveau de raisonnement possible.

2- Classe de quatrième, janvier 2008, Besançon

Problème :

Que montrent du nombre 36 les écritures $36 = 17 + 19$, $36 = 2 \times 18$, $36 = 11 + 12 + 13$ et $36 = 3 \times 12$?

« La somme de trois nombres entiers consécutifs est-elle toujours un multiple de 3 ? ».

Les élèves avaient déjà une bonne habitude du tableur. Ils ont demandé à l'utiliser au cours de la séance, ce qui a débouché ensuite collectivement sur la preuve recherchée.

3- Classe de quatrième, janvier 2007, Lons le Saunier

Problème :

Le carré du produit de deux entiers positifs successifs est-il toujours divisible par 4 ?

Aide n° 1

Dans les deux listes ci-dessous, lorsqu'on entoure des couples d'entiers successifs, tous ces couples ont un point commun. Lequel ?

... 60 61 62 63 65 66 67 68 69 70 71 72 73
74 75 76 77 78 79 ...

...121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133
134 135 136 137 ...

Aide n° 2

0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38 ...
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39 ...

Comment peut-on décrire les nombres de la première ligne du tableau ?

Si, dans ce tableau, on entoure deux entiers successifs, que remarque-t-on ?

Aide n° 3

On peut appeler x et y les entiers choisis.

Aide n° 4

Écrire le calcul décrit par l'énoncé en fonction de x et y .

4- Gestation 6^e

Activité proposée à une classe de sixième :

Objectifs : Lire, utiliser et interpréter des données
Amener les élèves à utiliser les fractions
Travailler sur les expressions : le double, la moitié, le tiers, le triple ...

Les élèves sont amenés à manipuler (découpages, utilisation de calque, du compas,), la règle graduée n'étant pas autorisée.

Les élèves avancent à leur rythme et formulent leurs réponses différemment.

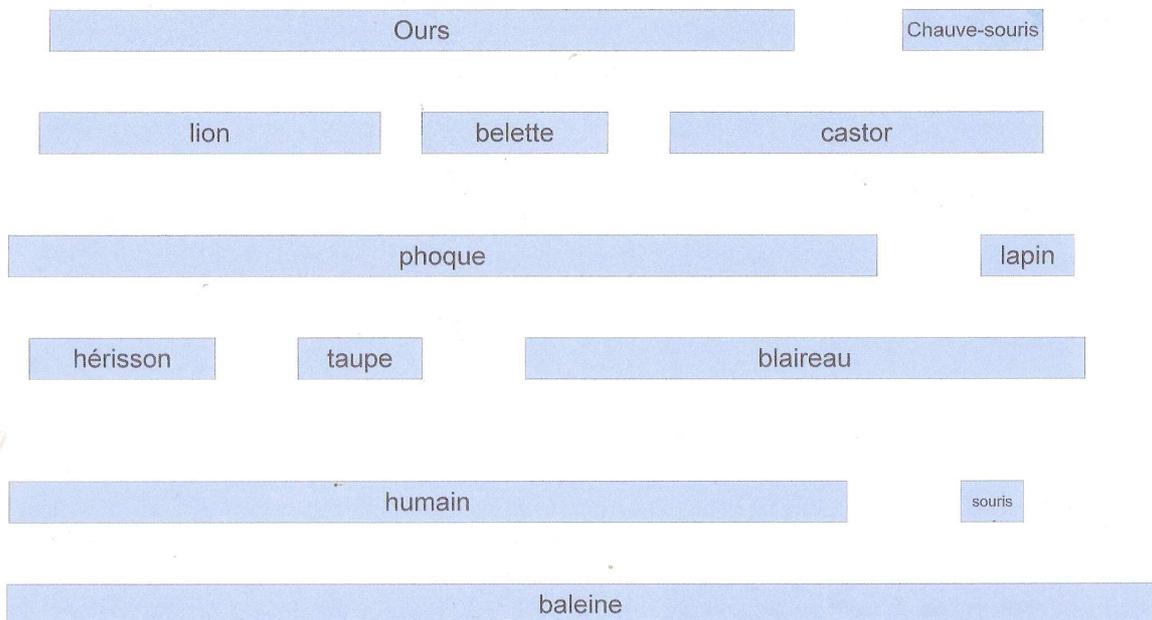
Par exemple : - « la gestation du phoque vaut 4 fois la belette plus la taupe. »
-« la gestation du phoque vaut 4 fois la belette plus 2 fois la souris. »
-« la gestation du phoque vaut le quadruple de la belette plus les deux tiers de la belette. »

Enoncé du problème :

Une belette se plaint de sa gestation qui lui semble durer trop longtemps à son goût. Son ami, le blaireau, lui dit qu'elle ne doit pas se plaindre, certains autres animaux doivent attendre plus longtemps qu'elle. Observe le document, il représente les durées de gestation de plusieurs animaux sous forme de bandes.

- 1) Quels sont les animaux dont la gestation est inférieure à celle de la belette ?
- 2) Quels sont les animaux dont la gestation est supérieure à celle de la belette ?
- 3) Combien de fois la durée de gestation de l'ours est-elle plus grande que celle de la belette ?
- 4) Qu'en est-il des autres animaux ?

Durées de gestation de quelques mammifères



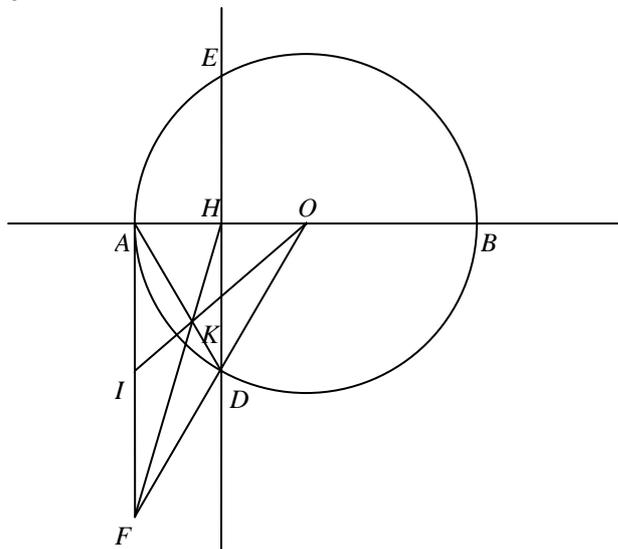
5- Statistiques

On donne l'observation statistique suivante du caractère T : "taille en centimètres des élèves", faite sur 62 élèves de troisième.

168	165	160	166	168	169	158	173	163	169
166	151	165	160	164	170	160	169	177	165
154	168	157	164	158	175	165	160	172	164
160	165	151	177	168	161	181	164	169	163
158	166	172	158	164	165	175	181	160	185
154	169	170	157	168	164	173	160	187	168
164	166								

Que peut-on faire de cette série de données ?

6-



Soit un cercle c de centre O , de diamètre $[AB]$.
 La médiane du segment $[OA]$ coupe le cercle c en deux points E et D et coupe $[OA]$ en H .
 Soit F le symétrique du point O par rapport au point D .
 Les droites (FH) et (AD) se coupent en K et (OK) coupe $[AF]$ en I .
 Démontrer que le point I est le milieu du segment $[AF]$.

Groupe 1 :

Soit un cercle c de centre O , de diamètre $[AB]$.

La médiane du segment $[OA]$ coupe le cercle c en deux points E et D et coupe $[OA]$ en H .

Soit F le symétrique du point O par rapport au point D .

1. Quelle est la nature du triangle AOF ? Le démontrer.
2. Les droites (FH) et (AD) se coupent en K et (OK) coupe $[AF]$ en I .
Démontrer que le point I est le milieu du segment $[AF]$.
3. Quelle est la nature de $AEOD$? Le démontrer.

Groupe 2 :

Soit un cercle c de centre O , de diamètre $[AB]$.

La médiane du segment $[OA]$ coupe le cercle c en deux points E et D et coupe $[OA]$ en H .

Soit F le symétrique du point O par rapport au point D .

1. Démontrer que (HD) est parallèle à (AF) .
2. Quelle est la nature du triangle AOF ? Le démontrer.
3. Les droites (FH) et (AD) se coupent en K et (OK) coupe $[AF]$ en I . Que représente (FH) pour le triangle AOF ? Le démontrer.
4. Que représente (OI) pour le triangle AOF ? En déduire que le point I est le milieu du segment $[AF]$.

Groupe 3 :

Soit un cercle c de centre O , de diamètre $[AB]$.

La médiatrice du segment $[OA]$ coupe le cercle c en deux points E et D et coupe $[OA]$ en H .

Soit F le symétrique du point O par rapport au point D .

1. Démontrer que H est le milieu de $[OA]$ et que (ED) est perpendiculaire à (OA) .
2. Démontrer que (HD) est parallèle à (AF) .
3. Démontrer que le triangle AOF est rectangle en A .
4. Les droites (FH) et (AD) se coupent en K et (OK) coupe $[AF]$ en I .
 - a. Que représente (FH) pour le triangle AOF ?
 - b. Que représente (AD) pour le triangle AOF ?
 - c. Que représente (OI) pour le triangle AOF ?
 - d. Que représente le point I pour le segment $[AF]$?

Des énoncés progressifs

Que représente le point I pour le segment $[AF]$?

Analyser le triangle AOF .

Que représente pour le triangle AOF ?

- a. la droite (AD) .
- b. la droite (FH) .

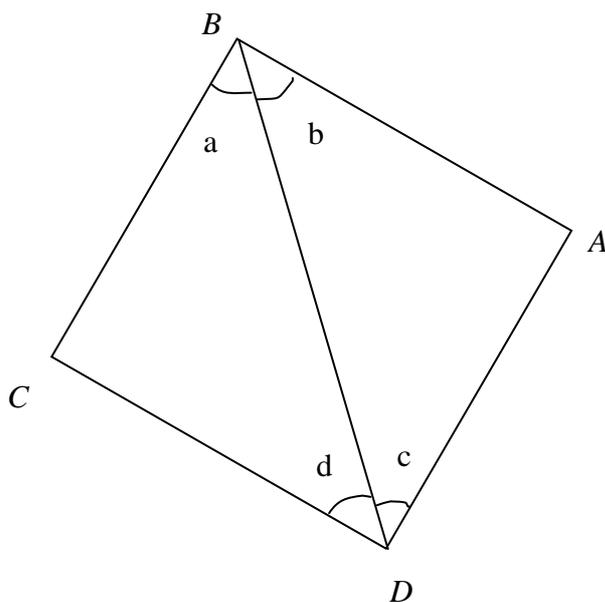
7- Soit $ABCD$ un carré.

Soit E le point de $[CD]$ tel que $DE = DB$.

Soit F le point d'intersection de la droite (BE) avec le côté $[AD]$.

- a) Démontrer que $[BF]$ est la bissectrice de \widehat{ABD} .
- b) Soit G le point d'intersection de la parallèle à (AC) passant par F et de $[BD]$.
Démontrer que $FG = FA$.
- c) Les propriétés du a) et du b) sont-elles conservées si, au lieu d'être un carré, $ABCD$ est un rectangle ? un losange ?

8-



Énoncé d'un manuel:

Les angles a , b , c et d ont pour mesure 45° .
Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

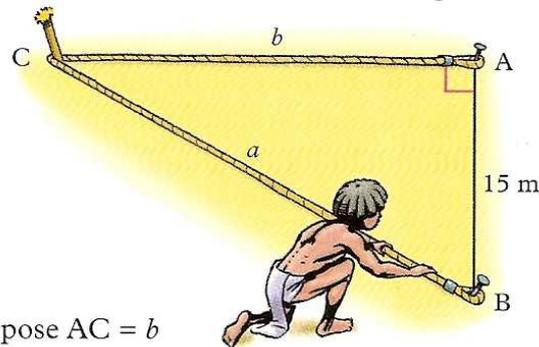
Des compléments possibles:

Comment modifier la mesure des angles a , b , c , d pour que le quadrilatère $ABCD$ soit:

- Un rectangle non carré ?
- Un losange non carré ?
- Un cerf volant non losange ?

9- La corde
Original

41*. Les extrémités d'une corde de 50 m sont fixées en deux points A et B ; on tend la corde de façon à délimiter un triangle ABC rectangle en A comme le montre la figure.



On pose $AC = b$
et $BC = a$.

- Calculer la différence $a^2 - b^2$.
- En déduire les valeurs de a et b .

Belin 3 ème

Voici trois adaptations du même exercice qui peuvent être proposées à une même classe dans le cadre de la différenciation.

Le premier exercice est plus ouvert.

Le second exercice est très proche de l'original.

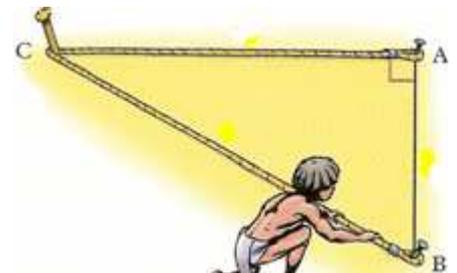
Enfin, le dernier a été nettement simplifié en donnant la longueur du côté [AC].

Exercice :

Calculer l'aire d'un triangle rectangle dont le périmètre est égal à 65 m et dont l'un des côtés de l'angle droit a pour longueur 15 m.

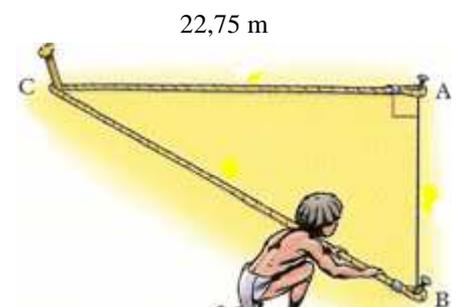
Exercice :

Les extrémités d'une corde de 50 m sont fixées en deux points A et B. La corde est tendue de façon à délimiter un triangle ABC rectangle en A comme le montre la figure. La longueur AB est égale à 15 m, calculer l'aire du triangle ABC.



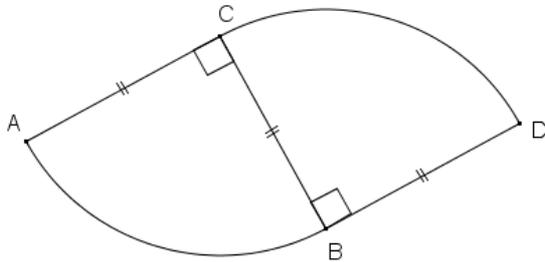
Exercice :

Les extrémités d'une corde de 50 m sont fixées en deux points A et B. La corde est tendue de façon à délimiter un triangle ABC rectangle en A comme le montre la figure. Calculer l'aire du triangle ABC.

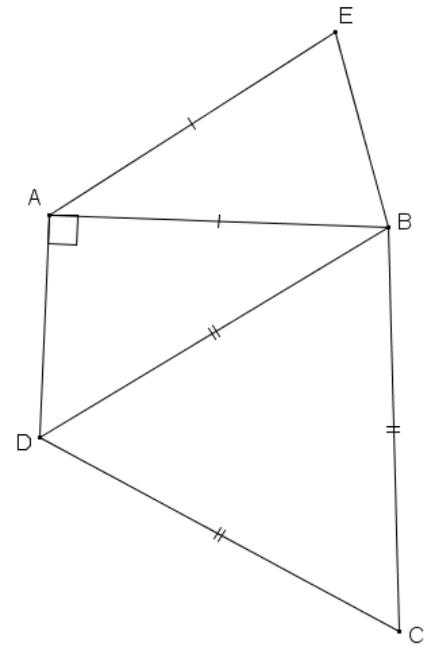


10- Constructions :

a) La figure codée ci-dessous est construite avec trois segments de même longueur et deux quarts de cercle. Reproduis cette figure sachant que $DB = 6$ cm.

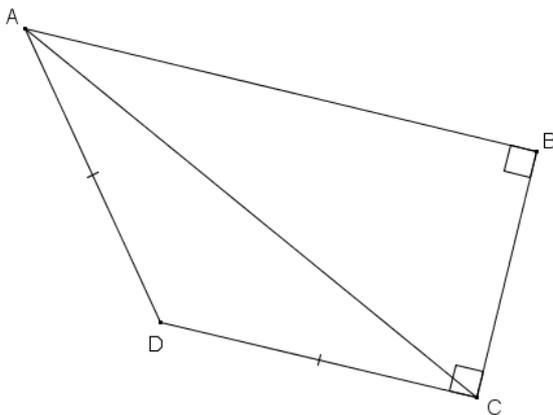


b)

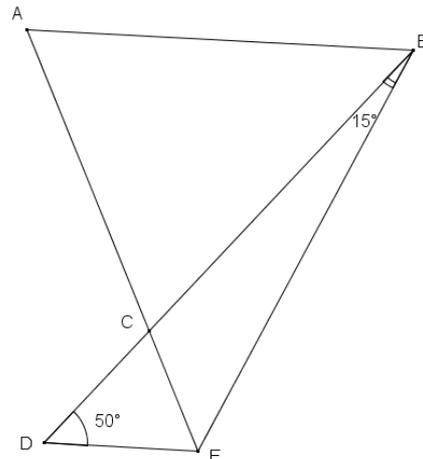


$BC = 6$ cm
 $AB = 5$ cm
 $EB = 3$ cm
 Reproduis cette figure.

c) $DA = 5$ cm et $CA = 9$ cm
 Reproduis cette figure.



d) $BD = 10$ cm Le triangle ABE est isocèle en E.
 Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
 Reproduis cette figure.



d'après « Mathématiques en sixième Commission Inter IREM Premier Cycle »