Corrigé

La gravure

Partie A

1. A l'instant t_1, la pointe du graveur a pour coordonnées $(2{,}75\,;3)$, à l'instant t_2, $(2{,}25\,;4)$ et à l'instant t_5, $(2{,}5\,;-1)$

2.

t	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7
Variations de f	3	3,5	4	4,5	4,5	4	3,75	5
Variations de g	–0,75	0,5	–1	0,5	–2	–3	–2,25	–1

Partie B - Une autre lettre

1. Etudions d'abord les variations des fonctions coordonnées de la courbe C_2.

f_2 est une fonction affine décroissante sur $[0\,;1]$

g_2 est dérivable sur $[0\,;1]$ et pour tout $t\in[0\,;1]$, $g_2\,'(t)=\dfrac{-1(-1{,}4t+1{,}56)+1{,}4(-t+0{,}936)}{(-1{,}4t+1{,}56)^2}=\dfrac{-0{,}2496}{(-1{,}4t+1{,}56)^2}$

Pour tout $t\in[0\,;1]$, $g_2\,'(t)<0$ donc g_2 est une fonction décroissante sur $[0\,;1]$

Autre méthode :

g_2 est une fonction homographique ayant pour valeur interdite $\dfrac{39}{35}$. $\dfrac{39}{35}>1$, g_2 est donc monotone sur $[0\,;1]$.

Comme $g_2(0)=\dfrac{3}{5}$ et $g_2(1)=-\dfrac{2}{5}$, g_2 est une fonction décroissante sur $[0\,;1]$

t	0	1
Variations de f_2	$\frac{6}{5}$	$\frac{1}{5}$
Variations de g_2	$\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$

Etudions ensuite les variations des fonctions coordonnées de la courbe C_3. Puisque ce sont deux fonctions polynômes de degré 2, on peut utiliser leurs formes canoniques

$f_3(t)=1{,}4t^2+0{,}2$; f_3 est donc croissante sur $[0\,;1]$

$g_3(t)=1{,}6t^2-2t-0{,}4=1{,}6\left(t-\dfrac{5}{8}\right)^2-\dfrac{41}{40}$, g_3 est donc décroissante sur $\left[0\,;\dfrac{5}{8}\right]$ et croissante sur $\left[\dfrac{5}{8}\,;1\right]$

t	0	$\frac{5}{8}$	1
Variations de f_3	$\frac{1}{5}$ ↗	$\frac{239}{320}$ ↗	$\frac{8}{5}$
Variations de g_3	$-\frac{2}{5}$ ↘	$-\frac{41}{40}$ ↗	$-\frac{4}{5}$

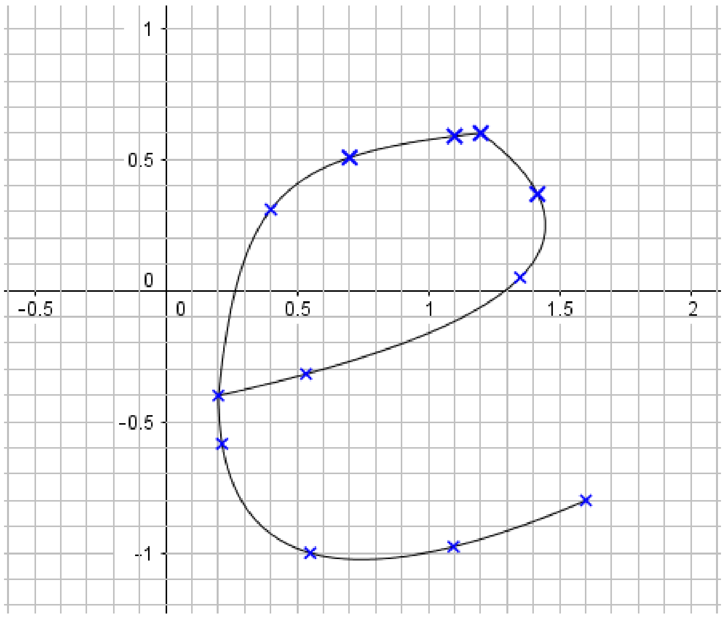
2.

t	0	0,1	0,5	0,8	1
$x = f_1(t) = -2{,}6t^2 + 3{,}6t + 0{,}2$	0,2	0,534	1,35	1,416	1,2
$y = g_1(t) = 0{,}2t^2 + 0{,}8t - 0{,}4$	–0,4	–0,318	0,05	0,368	0,6

t	0	0,1	0,5	0,8	1
$x = f_2(t) = 1{,}2 - t$	1,2	1,1	0,7	0,4	0,2
$y = g_2(t) = \dfrac{-t + 0{,}936}{-1{,}4t + 1{,}56}$	0,6	0,5887	0,507	0,3091	–0,4

t	0	0,1	0,5	0,8	1
$x = f_3(t) = 1{,}4t^2 + 0{,}2$	0,2	0,214	0,55	1,096	1,6
$y = g_3(t) = 1{,}6t^2 - 2t - 0{,}4$	–0,4	–0,584	–1	–0,976	–0,8

3.



La lettre obtenue est le e.

Partie C - La lettre 'o'

1. $\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \end{cases}$, $t \in [0 ; 2\pi]$

Autre méthode :

$C_1 : \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$, $t \in [-1 ; 1]$ et $C_2 : \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -\sqrt{1 - t^2} \end{cases}$, $t \in [-1 ; 1]$

2. C_1 : $\begin{cases} x(t) = \cos\left(t + \dfrac{5\pi}{6}\right) \\ y(t) = \sin\left(t + \dfrac{5\pi}{6}\right) \end{cases}$, $t \in [0\ ;2\pi]$ et C_2 : $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \dfrac{1}{3}t^2 + \dfrac{1}{4} \end{cases}$, $t \in \left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\ ;\dfrac{3}{2}\right]$